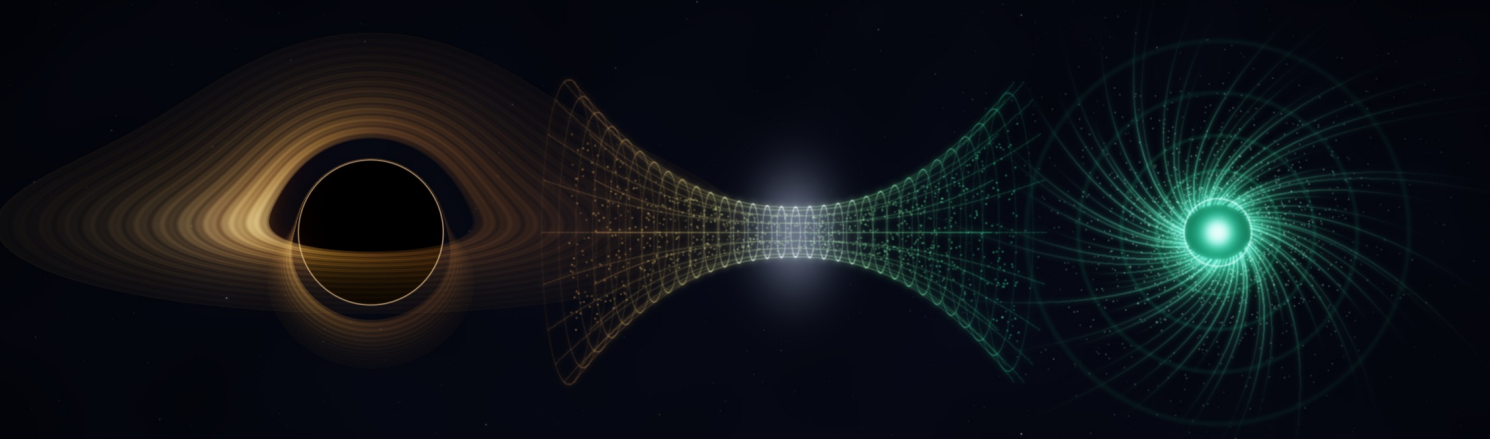




INDEPENDENT THEORETICAL EXPLORATION · WORKING PAPER · NOT PEER REVIEWED

Hypothèse du Trou Vert

*Transitions gravitationnelles, géométries de trous de ver
et mécanismes possibles de réémission*

The Green Hole Hypothesis : Black-to-White Transitions, Wormhole Geometries
and the Possibility of Gravitational Re-Emission

Joao De Almeida (Mr. Jonk)

Recherche indépendante · jonk.space

Version 1.0 · 14 octobre 2026 · Hypothèse exploratoire, non confirmée; document non évalué par les pairs

The Green Hole Hypothesis

Black-to-White Transitions, Wormhole Geometries and the Possibility of Gravitational Re-Emission

Joao De Almeida (Mr. Jonk) · jonk.space · Version 1.0 · 14 October 2026

Abstract

Can a black hole be the entrance of a cosmological transfer process whose exit is an anti-trapped, white-hole-like region? We call such an exit a *Green Hole* (*Trou Vert*): an anti-trapped region in the causal future of a trapped region, reached along complete causal curves. This is the standard geometric content of black-to-white transitions; only the name and the packaging are ours. We review the classical obstructions, namely the singularity theorems, topological censorship, the non-traversability of the Einstein–Rosen bridge and the instability of white holes, and the published constructions that evade them: black-bounce geometries, loop-quantum-gravity black-to-white transitions and baby-universe models. We compare three architectures: (A) a passage to another region, (B) the same object turning white and (C) a new expanding region. As a working model (GHTM) we study an asymmetric black-bounce family with explicit metric, curvature, effective stress-energy, causal structure and test-field dynamics. Most of our results are re-derivations or syntheses of known results; we flag the status of each. (i) For the class (3.5) ($g_{tt}g_{rr} = -1$, dynamical regions included), the radial NEC fails exactly where $R'' > 0$ (Bronnikov’s relation), and along a complete radial null geodesic the ANEC integral equals $-(E/4\pi) \int (R'/R)^2 dr$ whatever f . For $R = \sqrt{r^2 + \ell^2}$ it equals $-E/(8\ell)$, and the radial NEC is then violated everywhere. (ii) In an eternal black bounce, radial geometric-optics signals pass from one universe to the next with no frequency shift, a corollary of Killing-energy conservation. Test waves are filtered by greybody factors and mixed in the dynamical region, as in the classic Reissner–Nordström interior problem; for $l = 0$ the mixing grows as the throat shrinks. (iii) In a spherical two-null-shell (Dray–’t Hooft–Redmount) toy model, a classical white hole whose past horizon is exposed to an infalling mass δm is captured unless it explodes within $\Delta t \simeq 4(GM/c^3) \ln[M/(e \delta m)]$ of the infall: milliseconds for a solar mass (Eardley’s instability). (iv) The shadow is blind to all Simpson–Visser geometries with $\ell < 3M$ (black bounces, and wormholes with $2M < \ell < 3M$); an exact frequency-domain computation confirms that the scalar ringdown damping follows the known eikonal law $\sqrt{1 - \ell^2/9M^2}$. (v) Model B faces a dilemma: fast transitions ($\tau \sim M$) survive the white-hole instability but are excluded for astrophysical black holes by their observed longevity, while slow ones ($\tau \propto M^2$ or M^3) must evade that instability. We conclude that, in classical general relativity with the null energy condition, global hyperbolicity and a non-compact Cauchy surface, a geodesically complete passage to a Green Hole is impossible. It becomes geometrically consistent once one of these three hypotheses is relaxed. In our model, that is the null convergence condition, violated with bounded amplitude (and, in this toy family, without compact support). Its viability then hinges on unsolved questions: the source of that violation, white-hole and inner-horizon stability, and the global structure. We list falsifiable signatures and the steps needed to turn this exploration into a formal proposal.

Keywords: black holes; white holes; wormholes; black bounce; black-to-white transition; trapped and anti-trapped surfaces; energy conditions; singularity theorems; quasinormal modes; baby universes.

Résumé

Un trou noir pourrait-il être l’entrée d’un processus de transfert cosmologique dont la sortie serait une région anti-piégée, analogue à un trou blanc ? Nous appelons cette sortie *Trou Vert* : une région

anti-piégée située dans le futur causal d'une région piégée et atteinte par des courbes causales complètes. C'est le contenu géométrique standard des transitions trou noir–trou blanc; seuls le nom et la mise en forme sont les nôtres. Nous passons en revue les obstructions classiques : théorèmes de singularité, censure topologique, non-traversabilité du pont d'Einstein–Rosen et instabilité des trous blancs. Nous présentons ensuite les constructions publiées qui les contournent : rebonds noirs, transitions trou noir–trou blanc en gravité quantique à boucles et univers-enfants. Nous comparons trois architectures : (A) un passage vers une autre région, (B) le même objet qui devient blanc, (C) une nouvelle région en expansion. Comme modèle de travail (GHTM, Modèle de Transition du Trou Vert), nous étudions une famille de rebonds noirs asymétriques. Nous en donnons la métrique explicite, les courbures, l'énergie-impulsion effective, la structure causale et la dynamique de champs tests. Nos résultats sont pour l'essentiel des redérivations ou des synthèses de résultats connus. Le statut de chacun est indiqué.

- (i) Pour la classe (3.5) ($g_{tt}g_{rr} = -1$, régions dynamiques comprises), la NEC radiale est violée exactement là où $R'' > 0$ (relation de Bronnikov). Le long d'une géodésique nulle radiale complète, l'intégrale ANEC vaut $-(E/4\pi) \int (R'/R)^2 dr$, indépendamment de f . Pour $R = \sqrt{r^2 + \ell^2}$, elle vaut $-E/(8\ell)$, soit $-c^4/(8G\ell)$ en SI pour $E = 1$, et la NEC radiale est alors violée en tout point.
- (ii) Dans un rebond noir éternel, les signaux radiaux de l'optique géométrique passent d'un univers à l'autre sans décalage de fréquence, corollaire de la conservation de l'énergie de Killing. Les ondes tests sont filtrées par des facteurs de corps gris et mélangées dans la région dynamique, comme dans le problème classique de l'intérieur de Reissner–Nordström; pour $l = 0$, le mélange croît quand la gorge rétrécit.
- (iii) Dans un modèle-jouet à deux coquilles nulles sphériques (Dray–t Hooft–Redmount), un trou blanc classique dont l'horizon passé est exposé à une masse entrante δm est capturé s'il n'explose pas dans un délai $\Delta t \simeq 4(GM/c^3) \ln[M/(e \delta m)]$ après l'arrivée de cette masse : quelques millisecondes pour une masse solaire (instabilité d'Eardley).
- (iv) L'ombre ne distingue pas de Schwarzschild les géométries de Simpson–Visser de gorge $\ell < 3M$ (rebonds noirs, et trous de ver de gorge $2M < \ell < 3M$). Un calcul exact dans le domaine fréquentiel confirme que l'amortissement des modes scalaires suit la loi eikonale connue $\sqrt{1 - \ell^2/9M^2}$.
- (v) Le Modèle B se heurte à un dilemme : une transition rapide ($\tau \sim M$) résiste à l'instabilité des trous blancs, mais elle est exclue pour les trous noirs astrophysiques par leur longévité observée; une transition lente ($\tau \propto M^2$ ou M^3) doit échapper à cette instabilité.

Conclusion : en relativité générale classique, sous la condition d'énergie nulle, l'hyperbolicité globale et une surface de Cauchy non compacte, un passage géodésiquement complet vers un Trou Vert est impossible. Il devient géométriquement cohérent dès que l'on relâche l'une de ces trois hypothèses. Dans notre modèle, c'est la condition de convergence nulle, violée avec une amplitude bornée (et, dans cette famille-jouet, sans support compact). Sa viabilité dépend alors de questions ouvertes : origine de cette violation, stabilité des phases blanches et des horizons internes, structure globale.

Mots-clés : trous noirs; trous blancs; trous de ver; rebond noir; transition trou noir–trou blanc; surfaces piégées et anti-piégées; conditions d'énergie; théorèmes de singularité; modes quasi normaux; univers-enfants.

Statut. Exploration théorique indépendante. Ce document n'a pas été évalué par les pairs. Le Trou Vert est une hypothèse : rien dans ce texte ne doit être lu comme l'annonce d'une découverte, d'une observation ou d'une solution validée.

Note méthodologique. Ce travail a été préparé avec l'assistance d'un modèle de langage (Claude, Anthro-

pic) : recherche et vérification bibliographiques, calculs symboliques et numériques, rédaction. L’auteur l’a dirigé. Chaque référence a été vérifiée sur INSPIRE-HEP, arXiv et/ou Crossref. Chaque calcul est reproductible avec les scripts fournis ([annexe E](#)).

Citation suggérée. J. De Almeida, *Hypothèse du Trou Vert : transitions gravitationnelles, géométries de trous de ver et mécanismes possibles de réémission*, working paper v1.0, jonk.space, 14 octobre 2026.

Guide de lecture

Ce document distingue systématiquement la nature de chaque affirmation. Les étiquettes suivantes apparaissent dans le texte, dans les tableaux et dans les légendes des figures :

ÉTABLI	Résultat standard de la relativité générale ou de la physique établie, démontré dans la littérature et largement accepté.
PUBLIÉ	Résultat repris de travaux publiés, souvent hypothétiques ou contestés. La référence est donnée et nous n'avons pas refait le calcul.
DÉMONTRÉ ICI	Résultat mathématique démontré ou vérifié symboliquement dans ce document (scripts fournis). Cela ne garantit pas sa nouveauté : voir la section « Originalité et antériorité ».
NUMÉRIQUE	Résultat d'une simulation ou d'une intégration numérique exécutée pour ce document, avec équations, paramètres et scripts indiqués.
APPROXIMATION	Approximation ou modèle-jouet dont le domaine de validité est précisé.
CONJECTURE	Proposition plausible mais non démontrée, ou extrapolation.
OUVERT	Question non résolue, dans ce document comme dans la littérature.
SCHÉMA	Illustration conceptuelle qualitative, non calculée.

Conventions. Signature $(-, +, +, +)$; unités géométriques $G = c = 1$ sauf mention contraire. Équations d'Einstein : $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$. Une masse M correspond à une longueur GM/c^2 et à un temps GM/c^3 , soit 1,48 km et 4,93 μ s pour une masse solaire. La [annexe A](#) détaille les conventions.

Parcours de lecture.

- Lecture rapide : [section 1](#), puis le [tableau 38.1](#) de la [section 38](#).
- Physicien pressé : [sections 7, 15, 23](#) et [31](#).
- Reproduction des calculs : [section 22](#) et annexes.

Table des matières

Guide de lecture	v
Table des figures	xi
Liste des tableaux	xi
I Fondements	1
1 Introduction	1
1.1 La question	1
1.2 Ce que ce document fait, et ce qu'il ne fait pas	1
1.3 Démarche	1
1.4 Principaux résultats	2
1.5 Organisation	3
2 Contexte historique	4
3 Relativité générale et solutions gravitationnelles	5
3.1 Équations d'Einstein	5
3.2 Schwarzschild	5
3.3 Reissner–Nordström et Kerr	6
3.4 Coordonnées de Kruskal–Szekeres	6
3.5 Diagrammes de Penrose	7
3.6 Le pont d'Einstein–Rosen	7
3.7 Métriques de trous de ver	8
3.8 Espaces-temps réguliers	8
4 Horizons et singularités	9
4.1 Horizon des événements et horizons quasi locaux	9
4.2 Surfaces piégées et anti-piégées	9
4.3 Horizons de piégeage	10
4.4 Équation de Raychaudhuri	10
4.5 Théorèmes de singularité	10
4.6 Les trois portes de sortie	11
5 Le problème de la traversabilité	11
5.1 Pourquoi rien ne sort d'un horizon classique	11
5.2 Pourquoi le pont d'Einstein–Rosen n'est pas un tunnel	12
5.3 Trous de ver traversables et violation de la NEC	12
5.4 Rendre traversable : ce que l'on sait faire	12
5.5 $ER = EPR$ et l'expérience sur processeur quantique	13
6 Trous blancs et symétries temporelles	13
6.1 Le trou blanc, image temporelle du trou noir	13
6.2 Instabilités	13

6.3	Flèche du temps	13
6.4	Pourquoi n'en observe-t-on pas ?	14
II	Hypothèses	14
7	Définition du Trou Vert	14
8	Hypothèses fondamentales	16
9	Architecture géométrique	16
9.1	Modèle A : deux régions reliées par un passage	16
9.2	Modèle B : le trou noir devient un Trou Vert	17
9.3	Modèle C : une nouvelle région cosmologique	19
9.4	Comparaison qualitative	21
10	Mécanismes de transition	21
11	Conservation de l'énergie	22
11.1	Quelle énergie ?	22
11.2	Le bilan à travers la transition	22
11.3	Matière identique ou transformée ?	22
12	Information et entropie	23
III	Modélisation : le modèle GHTM	23
13	Cadre mathématique	23
13.1	L'ansatz	24
13.2	Justification des choix	24
13.3	Conditions aux limites et limites classiques	24
14	Géométrie et tenseurs	25
14.1	Tenseur d'Einstein de la classe	25
14.2	Le cas Simpson–Visser	25
14.3	Le cas asymétrique	26
15	Conditions énergétiques	26
15.1	Rappels	26
15.2	Violation radiale : un énoncé exact	26
15.3	Conditions tangentielles et autres conditions	29
15.4	Comparaison : l'extérieur d'Oppenheimer–Snyder quantique	29
16	Structure causale	30
16.1	Horizons et régimes	30
16.2	Surfaces piégées et anti-piégées	30
16.3	Le passage comme transfert	31

17	Dynamique du passage	31
17.1	Chute libre à travers la gorge	31
17.2	Une étoile qui rebondit : Oppenheimer–Snyder effectif	33
17.3	Le dictionnaire des temps	33
18	Stabilité	34
18.1	Champs tests	35
18.2	Instabilité de la phase blanche : un modèle à deux coquilles	35
18.3	Horizons internes et inflation de masse	36
18.4	Stabilité de la source	37
19	Limites et singularités	37
20	Modèles alternatifs	38
IV	Calculs et résultats	38
21	Modèles analytiques	38
22	Simulations numériques	40
22.1	Organisation du code	40
22.2	Validation	41
23	Résultats	41
23.1	Vibrations finales d'un rebond noir	41
23.2	Échos des trous de ver traversables	42
23.3	Ce qui traverse un rebond noir éternel	43
23.4	Ombre	44
23.5	Synthèse quantitative	45
24	Incertitudes	45
25	Comparaison avec les solutions existantes	46
V	Testabilité	46
26	Signatures astrophysiques possibles	46
26.1	Modèle B : une réémission dans notre univers	46
26.2	Modèle A : l'entrée ressemble à un trou noir	48
26.3	Modèle C : rien depuis l'extérieur	48
27	Observations et données disponibles	48
27.1	Imagerie à l'échelle de l'horizon	48
27.2	Ondes gravitationnelles	49
27.3	Trous noirs primordiaux et explosions	49
27.4	Sursauts radio rapides et sursauts gamma	49

28 Distinction des modèles concurrents	49
29 Prédictions falsifiables	50
30 Limites instrumentales	51
VI Discussion	51
31 Objections	51
32 Contre-arguments	53
33 Limites du modèle	54
34 Conséquences cosmologiques possibles	54
34.1 Notre univers est-il un Trou Vert?	54
34.2 Population cosmique	55
35 Réponses aux questions directrices	55
36 Originalité et antériorité	56
37 Perspectives de recherche	58
38 Conclusion	58
Annexes	60
A Conventions et unités	60
B Démonstrations et dérivations	60
B.1 Tenseur d'Einstein de la classe (3.5)	60
B.2 Contraction radiale et intégrale ANEC	60
B.3 Masse de Misner–Sharp	61
B.4 Poussière effective et raccordement	61
B.5 Croisement de coquilles nulles (relation DTR)	61
B.6 Transfert radial	61
B.7 Identité de Hubble	62
C Équations développées	62
D Algorithmes	62
E Scripts Python et reproduction	63
F Tableaux de paramètres	64
G Graphiques supplémentaires	65

H	Glossaire	66
I	Questions ouvertes	67
	Bibliographie	69

Table des figures

3.1	Images réelles de l'Event Horizon Telescope	6
3.2	Diagramme de Penrose de Schwarzschild (calculé)	7
3.3	Pont d'Einstein–Rosen et sa fermeture	8
6.1	Trou noir, trou blanc, Trou Vert	14
9.1	Modèle A (schéma)	17
9.2	Diagramme de Penrose d'un rebond noir (calculé)	18
9.3	Modèle B : phases (schéma)	19
9.4	Modèle B : diagramme conforme (schéma)	20
9.5	Modèle C : diagramme conforme (schéma)	20
14.1	Profils du modèle GHTM asymétrique	27
15.1	Coût énergétique d'une gorge	29
16.1	Régimes de la famille GHTM	30
17.1	Chute libre : singularité ou rebond	32
17.2	Dictionnaire des temps	34
18.1	Instabilité de la phase blanche	36
23.1	Vibrations finales et échos	42
23.2	Transfert à travers un rebond noir	44
23.3	Ombre et contraintes de l'EHT	45
G.1	Trou de ver traversable (plongement)	65
G.2	Destinations de la matière effondrée	65
G.3	Visuel de couverture (vue d'artiste)	66

Liste des tableaux

2.1	Jalons historiques	4
9.1	Les trois architectures face aux théorèmes classiques.	20
10.1	Mécanismes de transition	21
17.1	Échelles caractéristiques	35
18.1	Bilan de stabilité	37
21.1	Résultats analytiques	39
22.1	Scripts et méthodes.	40
23.1	Modes quasi normaux d'un rebond noir	41
23.2	Transfert d'une onde à travers un rebond noir	43
25.1	Comparaison des géométries	47
28.1	Signatures attendues selon le modèle	50
35.1	Réponses aux questions directrices	56
38.1	Bilan final.	59
A.1	Conversions utiles.	60
F.1	Constantes et paramètres utilisés.	64

Première partie

Fondements

1 Introduction

1.1 La question

L'intuition de départ est simple : beaucoup de processus physiques ont un processus inverse ou une symétrie qui les relie. La compression a pour pendant l'expansion, l'absorption l'émission, l'effondrement le rebond. Les équations fondamentales de la gravitation classique sont d'ailleurs invariantes par renversement du temps. Un trou noir est une région de l'espace-temps qui capture irrémédiablement tout ce qui y pénètre. On peut alors se demander s'il existe une région complémentaire qui, au lieu d'absorber, expulse, et si les deux peuvent être reliées pour former un système de transfert.

Nous appelons provisoirement *Trou Vert* la sortie hypothétique d'un tel système. Le terme est une appellation propre à ce projet ; il ne désigne aucune catégorie astrophysique établie. Il évoque évidemment le *trou blanc*, solution mathématique connue des équations d'Einstein. Nous verrons cependant ([section 7](#)) que la notion pertinente n'est pas le trou blanc en tant qu'objet isolé. C'est une région anti-piégée *qui succède causalement* à une région piégée, l'ensemble formant un système unique. C'est ce système complet que nous étudions.

Trois architectures sont considérées, dans l'ordre où elles se présentent naturellement :

Modèle A Deux régions de l'espace-temps reliées par un passage. La matière entre dans un trou noir de la région A et ressort, par un Trou Vert, dans une région B du même univers ou d'un autre.

Modèle B Un seul objet change de nature au cours du temps : effondrement, région piégée, régime de courbure extrême, transition, région anti-piégée, flux sortant.

Modèle C L'effondrement d'une masse suffisante engendre, au-delà de la région piégée, une nouvelle région cosmologique en expansion, un « univers-enfant ».

1.2 Ce que ce document fait, et ce qu'il ne fait pas

Ce document ne démontre pas que les Trou Vert existent. Il cherche à savoir si l'intuition initiale peut être formulée en une hypothèse scientifique assez précise pour mériter une étude sérieuse. Il évalue ensuite le prix de cette hypothèse en hypothèses physiques supplémentaires, puis examine comment la confronter aux observations. Nous adoptons alternativement deux rôles : celui du physicien qui construit la théorie et celui du physicien qui cherche à la réfuter. Un modèle qui échoue face à une contrainte physique est aussi un résultat. Nous le présentons comme tel.

1.3 Démarche

La démarche suit huit étapes :

1. une revue critique de la littérature, vérifiée référence par référence (plus de 250 entrées contrôlées sur INSPIRE-HEP, arXiv et Crossref) ;
2. une définition géométrique précise du Trou Vert en termes de surfaces piégées et anti-piégées ;
3. une cartographie des théorèmes qui l'interdisent en relativité générale classique et des « portes de sortie » qu'ils laissent ouvertes ;
4. la construction d'un modèle minimal, le *Green-Hole Transition Model* (GHTM) ou Modèle de Transition du Trou Vert (MTTV). C'est une famille explicite de métriques dont nous calculons la courbure, l'énergie-impulsion effective, la structure causale et la stabilité dans des approximations contrôlées ;
5. des calculs reproductibles, symboliques (SymPy) et numériques (NumPy, SciPy), dont les scripts sont fournis ;
6. une analyse de testabilité : signatures, données existantes, prédictions falsifiables ;
7. une discussion des objections, du point de vue du réfutateur ;
8. un bilan qui sépare ce qui est établi, ce qui est publié, ce qui est spéculatif et ce que ce travail ajoute.

1.4 Principaux résultats

En bref

1. **ÉTABLI** En relativité générale classique, sous la NEC, l'hyperbolicité globale et une surface de Cauchy *non compacte*, le théorème de Penrose implique l'existence d'au moins une géodésique nulle incomplète dès qu'une surface piégée fermée existe ; renversé dans le temps, il en va de même pour une surface anti-piégée. Combiné à l'équation de Raychaudhuri, il exclut un passage géodésiquement complet vers une région anti-piégée au sens de la [définition 7.1](#). La non-compactité est indispensable : l'espace de de Sitter global, de sections S^3 , satisfait la NEC, est globalement hyperbolique et contient une région anti-piégée dans le futur causal d'une région piégée ([section 4](#)).
2. **PUBLIÉ** Ces théorèmes laissent trois « portes de sortie » : violer la condition de convergence nulle, perdre l'hyperbolicité globale (horizons de Cauchy), ou admettre des sections compactes ou un changement de topologie. Cette correspondance est standard [[1-3](#)]. Nous l'utilisons pour organiser nos trois architectures ([section 9](#)).
3. **DÉMONTRÉ ICI** Pour la classe ([3.5](#)) ($g_{tt}g_{rr} = -1$), la NEC radiale est violée exactement là où $R'' > 0$; toute gorge l'exige au voisinage de son minimum (relation standard de Bronnikov [[4, 5](#)]). Le long d'une géodésique nulle radiale complète, l'intégrale ANEC vaut $-(E/4\pi) \int (R'/R)^2 dr$, indépendamment de f . Pour le profil $R = \sqrt{r^2 + \ell^2}$ (famille GHTM, donc Simpson–Visser), elle vaut exactement $-E/(8\ell)$ quel que soit le profil de masse, et la NEC radiale y est violée en tout point, y compris loin de la gorge ([proposition 15.2](#)).

4. **DÉMONTRÉ ICI** Dans un rebond noir éternel, un signal radial entrant dans l'univers A au temps avancé v ressort à l'infini de l'univers B au temps retardé $u_B = v + \text{cste}$. Il n'y a donc aucun décalage de fréquence dans la limite de l'optique géométrique. C'est une conséquence de la conservation de l'énergie de Killing ([proposition 16.1](#)).
5. **NUMÉRIQUE** Pour des ondes scalaires tests, la gorge filtre les basses fréquences (facteurs de corps gris). Elle mélange aussi les deux directions de propagation dans la région dynamique, comme dans le problème classique de l'intérieur de Reissner–Nordström [6-9]. Le mélange de l'onde $l = 0$ croît quand la gorge rétrécit ([section 23](#)).
6. **APPROXIMATION** Dans un modèle-jouet à deux coquilles nulles sphériques (relation de Dray–t Hooft–Redmount), un trou blanc classique dont l'horizon passé est exposé à une masse entrante δm est capturé s'il n'explose pas dans un délai $\Delta t_{\text{max}} \simeq 4 (GM/c^3) \ln[M/(e \delta m)]$ après l'arrivée de cette masse. Ce délai vaut quelques millisecondes pour une masse solaire, quelques heures pour Sgr A* et environ neuf mois pour M87*. C'est l'instabilité d'Eardley, chiffrée par masse ([section 18](#)).
7. **NUMÉRIQUE** L'ombre ne distingue pas une géométrie de Simpson–Visser de Schwarzschild tant que $\ell < 3M$ [10]. L'amortissement du mode fondamental scalaire suit la loi eikonale connue $\omega_l \propto \sqrt{1 - \ell^2/9M^2}$ [11, 12], que nous confirmons par un calcul exact dans le domaine fréquentiel ([section 26](#)).
8. **CONJECTURE** De nos trois architectures, le Modèle B est le plus étudié et repose sur les métriques explicites les plus avancées. Il se heurte cependant à un dilemme :
 - une transition rapide ($\tau \sim M$) est robuste face à l'instabilité des trous blancs, mais elle est exclue pour les trous noirs astrophysiques, observés depuis des années ;
 - une transition lente ($\tau \propto M^2$ ou M^3) affronte cette instabilité, sauf si les croisements de matière ont lieu dans la région non classique.

Sa structure globale (une seule région asymptotique) est en outre contestée. Le Modèle C est le moins testable depuis l'extérieur.

1.5 Organisation

La partie I rappelle les fondements : relativité générale, horizons, singularités, traversabilité, trous blancs. La partie II définit le Trou Vert et formule les hypothèses. La partie III construit le modèle GHTM et en analyse la géométrie, les conditions d'énergie, la causalité, la dynamique et la stabilité. La partie IV rassemble les calculs et les simulations. La partie V traite de la testabilité, la partie VI des objections, des limites et des perspectives. Les annexes contiennent les dérivations, les algorithmes, les tableaux de paramètres, un glossaire et la liste des questions ouvertes.

2 Contexte historique

L'idée qu'un effondrement gravitationnel puisse se prolonger en une expansion, ici ou ailleurs, a une longue histoire. Le [tableau 2.1](#) en résume les jalons, avec le statut de chaque contribution.

Table 2.1. Jalons historiques.

Année	Contribution	Réf.
1916	Solution de Schwarzschild ; plongement de la géométrie spatiale (Flamm).	[13-16]
1935	« Pont » d'Einstein–Rosen : modèle de particule, deux feuilletés reliés.	[17]
1939	Effondrement de poussière d'Oppenheimer et Snyder.	[18]
1955	Équation de Raychaudhuri (focalisation des congruences).	[19]
1960	Extension maximale de Schwarzschild (Kruskal, Szekeres).	[20, 21]
1962	Le « trou de ver » de Schwarzschild se pince : aucun signal ne le traverse.	[22]
1964–65	« Noyaux retardés » : premiers trous blancs (Novikov, Ne'eman).	[23, 24]
1965	Théorème de singularité de Penrose.	[25]
1970	Théorème de Hawking–Penrose.	[26]
1973–75	Entropie de Bekenstein, rayonnement de Hawking ; trou de ver d'Ellis.	[27-30]
1974	Instabilité des trous blancs (Eardley ; Zel'dovich, Novikov, Starobinsky).	[31, 32]
1987–90	Univers « de laboratoire » : obstacle de Farhi–Guth ; trous noirs comme sources de mondes clos.	[33-37]
1988	Trous de ver traversables de Morris–Thorne.	[38]
1992	Sélection naturelle cosmologique (Smolin).	[39]
1993	Censure topologique.	[40]
1994	Horizons de piégeage (Hayward).	[41]
1998	Gorges dynamiques = surfaces marginalement anti-piégées (Hochberg–Visser).	[42]
2006	Rebond quantique du Big Bang en cosmologie quantique à boucles.	[43]
2013	Conjecture ER = EPR.	[44]
2014–15	Étoiles de Planck ; tunnel trou noir–trou blanc (Haggard–Rovelli).	[45-47]
2016	« Black holes turn white fast, otherwise stay black ».	[48]
2017	Trou de ver rendu traversable par couplage double-trace.	[49]
2018	Extension quantique de Kruskal ; trous blancs comme restes.	[50-52]
2019	Rebond noir de Simpson–Visser ; première image de l'EHT.	[53, 54]
2022	Ondes de choc dans l'effondrement effectif ; image de Sgr A*.	[55, 56]
2023	Oppenheimer–Snyder quantique ; transition noir–blanc dans une seule région.	[57, 58]
2024–26	Inflation de masse sans horizon de Cauchy ; collapse « dans une seule région asymptotique » contesté ; rebond vers un nouvel univers dérivé d'une action ; prix énergétique cinématique des transitions noir–blanc.	[59-62]

Trois fils se dégagent de cette histoire.

- Le premier est *géométrique* : les solutions exactes contiennent naturellement des régions de type trou blanc et des « ponts ». Elles ne permettent pourtant jamais de traverser sans hypothèse supplémentaire.
- Le deuxième est *quantique* : depuis Hawking, on sait que les trous noirs ne sont pas éternels. Une gravité quantique, encore inconnue, pourrait remplacer la singularité par

un rebond.

- Le troisième est *cosmologique* : le Big Bang et l'intérieur d'un trou noir sont tous deux des régimes de courbure extrême. Cela suggère des liens, souvent surinterprétés.

Notre travail se situe à l'intersection des trois.

3 Relativité générale et solutions gravitationnelles

3.1 Équations d'Einstein

La relativité générale décrit la gravitation comme la courbure d'une variété lorentzienne (M, g) . Les équations de champ s'écrivent

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu}, \quad (3.1)$$

où $R_{\mu\nu}$ est le tenseur de Ricci, R sa trace, Λ la constante cosmologique et $T_{\mu\nu}$ le tenseur énergie-impulsion [63, 64]. L'identité de Bianchi $\nabla^\mu G_{\mu\nu} = 0$ impose la conservation locale $\nabla^\mu T_{\mu\nu} = 0$. Aux échelles d'un trou noir astrophysique, Λ est négligeable et nous la prenons nulle, sauf dans le Modèle C. Les équations sont invariantes sous le renversement du temps $t \mapsto -t$ dès que $T_{\mu\nu}$ l'est. C'est l'origine mathématique des trous blancs (section 6).

Il faut garder à l'esprit un point méthodologique. On peut toujours *choisir* une métrique arbitraire et *définir* $T_{\mu\nu}$ par (3.1). Cette « ingénierie métrique » produit des solutions formelles. La question physique est de savoir si le $T_{\mu\nu}$ ainsi obtenu correspond à une matière ou à un mécanisme plausible. Toute la discussion des conditions d'énergie (section 15) porte sur ce point.

3.2 Schwarzschild

L'unique solution du vide à symétrie sphérique (théorème de Birkhoff) est la métrique de Schwarzschild [13] :

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}dr^2 + r^2 d\Omega^2. \quad (3.2)$$

Son rayon de Schwarzschild vaut $r_s = 2GM/c^2 \simeq 2,95 \text{ km} \times (M/M_\odot)$. Le scalaire de Kretschmann $K = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} = 48M^2/r^6$ DÉMONTRÉ ICI suggère que $r = 2M$ n'est qu'une singularité de coordonnées, ce que l'extension de Kruskal démontre, tandis que $r = 0$ est une singularité de courbure. Une particule qui tombe librement depuis le repos à l'infini met un temps propre $\tau = \frac{4}{3}M$ pour aller de l'horizon à $r = 0$. Le temps propre maximal à l'intérieur, pour une chute depuis le repos à l'horizon, vaut πM . Pour une masse solaire, ces durées sont de 6,6 μs et 15,5 μs DÉMONTRÉ ICI.

Les trous noirs astrophysiques ne sont pas une hypothèse. Les ondes gravitationnelles de coalescences [65, 66], les orbites stellaires autour de Sgr A* [67, 68] et les images de l'Event Horizon Telescope [54, 56] (figure 3.1) montrent des objets compacts dont les propriétés sont compatibles avec la métrique de Kerr. Ce qui reste inobservé et inobservable directement, c'est leur intérieur.

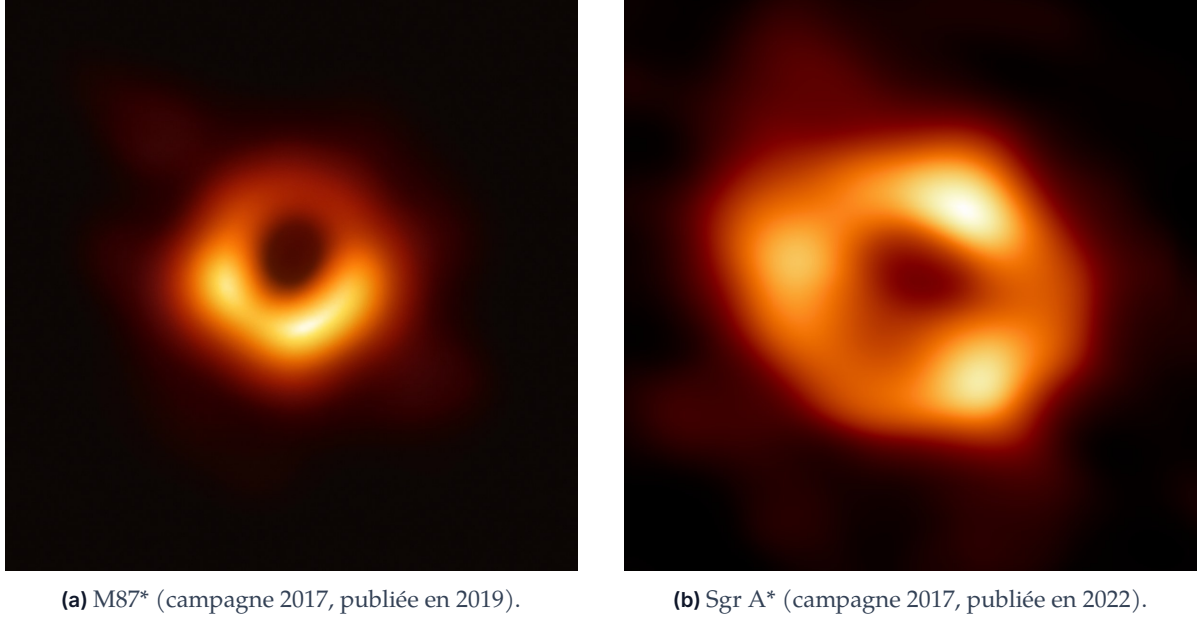


Figure 3.1. ÉTABLI Observations réelles : images de l’Event Horizon Telescope à 1,3 mm. L’anneau mesure $(42 \pm 3) \mu\text{s}$ pour M87* et $(51,8 \pm 2,3) \mu\text{s}$ pour Sgr A* [54, 56]. Le disque sombre central est l’« ombre », délimitée par les orbites instables de photons, à l’extérieur de l’horizon. Crédit : EHT Collaboration (ESO, CC BY 4.0 ; images recadrées et redimensionnées).

3.3 Reissner–Nordström et Kerr

Les trous noirs chargés (Reissner–Nordström) et en rotation (Kerr) possèdent deux horizons $r_{\pm}$. Leurs extensions maximales contiennent, au-delà de l’horizon interne r_- , des régions statiques et une suite infinie de nouvelles régions asymptotiques [63, 69, 70]. L’horizon interne est un *horizon de Cauchy*. Au-delà, l’évolution n’est plus déterminée par les données initiales, et il est instable : la masse quasi locale y « gonfle » sous l’effet du rayonnement qui tombe (inflation de masse) [7, 71]. Ces solutions fournissent l’archétype mathématique du passage d’un univers à un autre (Modèle A). Elles en montrent aussi la fragilité.

3.4 Coordonnées de Kruskal–Szekeres

On pose $u = t - r_*$ et $v = t + r_*$, avec $r_* = r + 2M \ln |r/2M - 1|$. Les coordonnées $U = -e^{-u/4M}$, $V = e^{v/4M}$ prolongent (3.2) à travers l’horizon [20, 21] :

$$ds^2 = -\frac{32M^3}{r} e^{-r/2M} dU dV + r^2 d\Omega^2, \quad UV = \left(1 - \frac{r}{2M}\right) e^{r/2M}. \quad (3.3)$$

L’extension maximale contient quatre régions :

- I, notre extérieur ;
- II, le trou noir ($U, V > 0$) ;
- III, un second extérieur ;
- IV, le trou blanc ($U, V < 0$).

Les singularités $r = 0$ correspondent à $UV = 1$.

3.5 Diagrammes de Penrose

Une transformation conforme ramène l'infini à distance finie et préserve les cônes de lumière (droites à 45°). Avec $\tilde{U} = \arctan U$ et $\tilde{V} = \arctan V$, on obtient le diagramme de la [figure 3.2](#), que nous avons *calculé* et non dessiné à main levée. Les singularités deviennent les droites horizontales $\tilde{U} + \tilde{V} = \pm\pi/2$. Les infinis nuls $\mathcal{I}^\pm$, spatial i^0 et temporels $i^\pm$ sont indiqués selon les conventions usuelles [69].

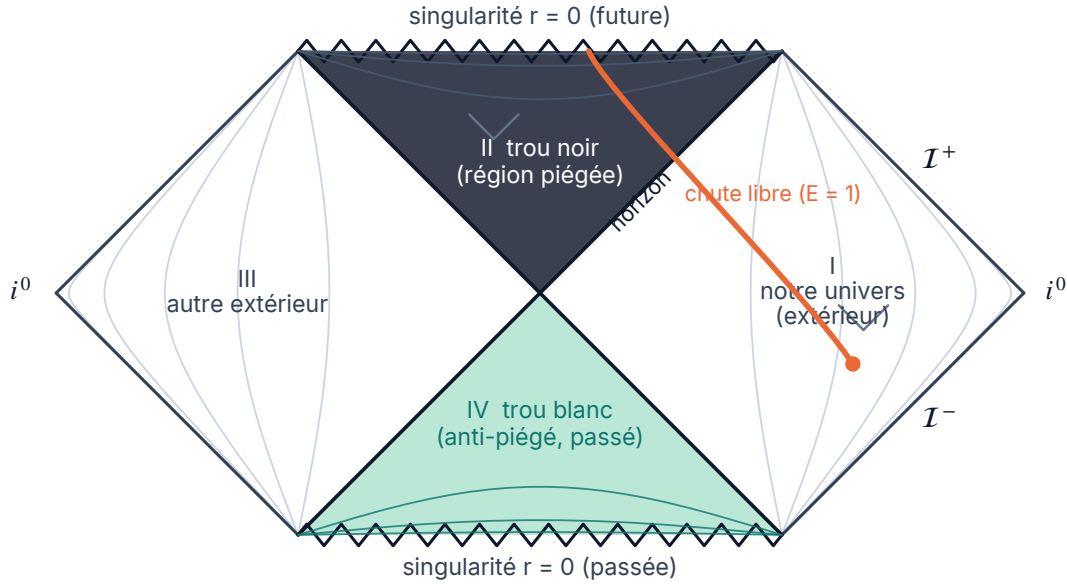
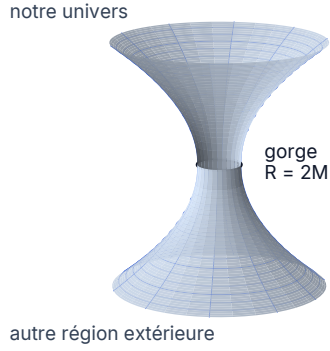


Figure 3.2. **NUMÉRIQUE** Diagramme de Penrose de l'extension maximale de Schwarzschild, calculé à partir des coordonnées de Kruskal compactifiées. Région sombre : région piégée (trou noir). Région verte : région anti-piégée (trou blanc, dans le passé). Courbes grises : $r = \text{cste}$. Trajectoire orange : chute libre radiale ($E = 1$) intégrée numériquement en coordonnées d'Eddington–Finkelstein. Script : 03_penrose.py.

3.6 Le pont d'Einstein–Rosen

La tranche $t = 0$ de l'extension maximale traverse la sphère de bifurcation $U = V = 0$. Elle relie les régions I et III par une « gorge » de rayon $2M$. Sa géométrie se plonge dans l'espace euclidien comme le paraboloïde de Flamm, $z(R) = \pm 2\sqrt{2M(R - 2M)}$ [15, 16] ([figure 3.3a](#)). C'est le « pont » d'Einstein–Rosen, réinterprété [17]. Einstein et Rosen cherchaient un modèle de particule, pas un moyen de transport.

Ce pont est *dynamique*. Sur la tranche de temps de Kruskal $T = (V + U)/2$, le rayon minimal $R_{\min}$ vérifie $(1 - R_{\min}/2M) e^{R_{\min}/2M} = T^2$. Il croît de 0 (à $T = -1$) jusqu'à $2M$ (à $T = 0$), puis retombe à 0 (à $T = 1$). La gorge s'ouvre et se referme avant qu'aucun signal ne puisse la traverser [22] ([figure 3.3b](#)). Tout rayon lumineux parti de I vers III finit dans la région II, donc sur la singularité.

a) Pont d'Einstein–Rosen ($t = 0$)

b) La gorge s'ouvre puis se referme

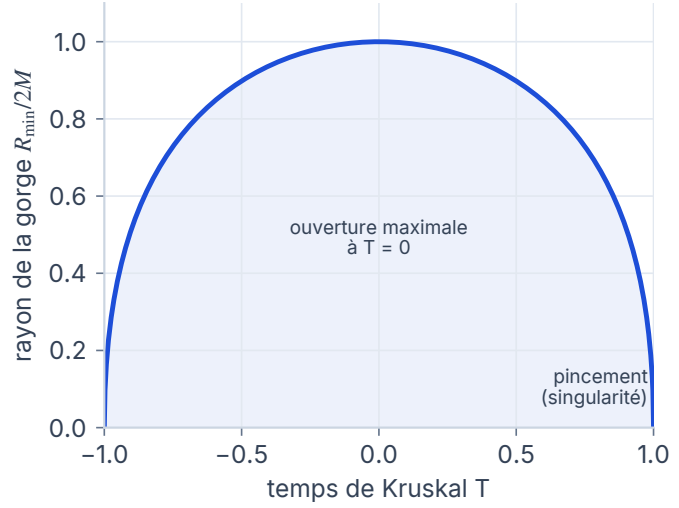


Figure 3.3. NUMÉRIQUE (a) Plongement de la tranche $t = 0$ de Schwarzschild : deux régions extérieures reliées par une gorge de rayon $2M$. (b) Rayon de la gorge en fonction du temps de Kruskal : le pont se pince en $T = \pm 1$. Script : 09_embedding.py.

3.7 Métriques de trous de ver

Morris et Thorne ont proposé de partir de la géométrie souhaitée [38] :

$$ds^2 = -e^{2\Phi(r)}dt^2 + \frac{dr^2}{1 - b(r)/r} + r^2d\Omega^2, \quad (3.4)$$

avec une gorge en $r = r_0$ où $b(r_0) = r_0$, sans horizon (Φ fini). La condition d'évasement (*flare-out*) impose une tension radiale supérieure à la densité d'énergie au voisinage de la gorge : la NEC y est violée. Le trou de ver d'Ellis–Bronnikov [30] en est un exemple, dans sa version sans masse, soutenu par un champ scalaire de polarité inversée (« fantôme »). Dans ce qui suit, nous utilisons surtout une forme plus commode pour décrire en continu le passage d'un trou noir à un trou de ver, la classe

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + R(r)^2d\Omega^2, \quad r \in \mathbb{R}, \quad (3.5)$$

où $R(r)$ est le rayon aréolaire (l'aire des sphères vaut $4\pi R^2$). Une gorge correspond à un minimum de R .

3.8 Espaces-temps réguliers

On appelle « trous noirs réguliers » les géométries munies d'horizons mais dépourvues de singularité de courbure : cœur de de Sitter (Bardeen, Dymnikova, Hayward) [72-75]. Le rebond noir (*black bounce*) de Simpson et Visser [53] s'écrit

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{\sqrt{r^2 + a^2}}, \quad R(r) = \sqrt{r^2 + a^2}. \quad (3.6)$$

Selon la valeur de a , il décrit plusieurs objets :

- Schwarzschild pour $a = 0$;
- un trou noir régulier à gorge *spatiale* pour $0 < a < 2M$: la matière rebondit vers « une incarnation future de l'univers » ;
- un trou de ver à sens unique, à gorge nulle, pour $a = 2M$;
- un trou de ver traversable de Morris–Thorne pour $a > 2M$.

Cette métrique est le point de départ de notre modèle (section 13). On sait qu'elle est une solution exacte de la relativité générale si la source est un champ scalaire fantôme avec potentiel combiné à une électrodynamique non linéaire [4, 76]. Elle admet des généralisations dynamiques [77], en rotation [78] ou à fonctions de masse plus générales [79]. La synthèse collective [3] fait le point sur ces géométries non singulières.

4 Horizons et singularités

4.1 Horizon des événements et horizons quasi locaux

L'*horizon des événements* est la frontière du passé causal de l'infini nul futur, $\partial J^-(\mathcal{I}^+)$. C'est une notion globale et téléologique : savoir si un point s'y trouve exige de connaître tout l'avenir de l'espace-temps. Un trou noir qui finirait par se vider ou se transformer pourrait donc n'avoir *aucun* horizon des événements. C'est précisément le cas des scénarios de type B. Il faut des notions quasi locales, définies sur une surface et dans son voisinage [41, 80].

4.2 Surfaces piégées et anti-piégées

Soit S une 2-surface spatiale fermée et $k_\pm$ les deux champs de vecteurs nuls futurs qui lui sont orthogonaux (sortant et entrant). Les *expansions* $\theta_\pm$ mesurent le taux de variation de l'aire de S le long de $k_\pm$.

Définition 4.1 (Surfaces piégées). S est *piégée* (ou piégée vers le futur) si $\theta_+ < 0$ et $\theta_- < 0$. Elle est *anti-piégée* (ou piégée vers le passé) si $\theta_+ > 0$ et $\theta_- > 0$. Elle est *normale* (non piégée) si $\theta_+ \theta_- < 0$, *marginale* si l'une des expansions s'annule.

Dans la région II de Schwarzschild, toutes les sphères sont piégées : même la lumière « sortante » voit son aire décroître. Dans la région IV, elles sont toutes anti-piégées. En symétrie sphérique, $\theta_\pm \propto \partial_\pm R$, et la *masse de Misner–Sharp* [81, 82]

$$m = \frac{R}{2} (1 - g^{ab} \partial_a R \partial_b R) \quad (4.1)$$

fournit un critère invariant. Une sphère est piégée ou anti-piégée si et seulement si $2m/R > 1$, soit $g^{ab} \partial_a R \partial_b R < 0$ (∇R de genre temps). Elle est marginale si $2m = R$. Le sens du temps distingue ensuite le piégé de l'anti-piégé : R décroît vers le futur dans le premier cas et croît dans le second.

4.3 Horizons de piégeage

Hayward [41] appelle *horizon de piégeage* une hypersurface feuilletée par des surfaces marginales. Elle peut être future ou passée, externe ou interne. Un trou noir est bordé par un horizon de piégeage futur externe, un trou blanc par un horizon de piégeage passé externe. Dans ce langage, le scénario « noir → blanc » s'énonce sans référence à l'infini : une région bordée d'horizons de piégeage futurs doit céder la place, dans son futur, à une région bordée d'horizons de piégeage passés.

4.4 Équation de Raychaudhuri

Pour une congruence de géodésiques nulles de vecteur tangent k^μ affinement paramétré, l'expansion obéit à [19, 69, 83]

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = -\frac{1}{2}\theta^2 - \sigma_{\mu\nu}\sigma^{\mu\nu} + \omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} - R_{\mu\nu}k^\mu k^\nu. \quad (4.2)$$

Pour une congruence orthogonale à une surface, $\omega = 0$. Si de plus la *condition de convergence nulle* $R_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ est satisfaite, ce qui équivaut via (3.1) à la condition d'énergie nulle $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$, alors $d\theta/d\lambda \leq -\theta^2/2$. Une congruence qui commence à converger ($\theta_0 < 0$) atteint alors une caustique ($\theta \rightarrow -\infty$) en un paramètre affine $\lambda \leq 2/|\theta_0|$. C'est le moteur des théorèmes de singularité. C'est aussi le premier obstacle au Trou Vert : pour passer d'une contraction ($\theta < 0$) à une expansion ($\theta > 0$) sans caustique, il faut que $R_{\mu\nu}k^\mu k^\nu$ devienne négatif quelque part.

4.5 Théorèmes de singularité

Proposition 4.2 (Penrose, 1965 [25]). *Soit un espace-temps globalement hyperbolique, de surface de Cauchy non compacte, satisfaisant la condition de convergence nulle et contenant une surface piégée fermée. Alors il est futur-nul-géodésiquement incomplet.* ÉTABLI

La version renversée dans le temps est immédiate. Sous les mêmes hypothèses, une surface *anti-piégée* fermée implique une incomplétude *dans le passé*. Un trou blanc classique a donc un début singulier, ou bien il viole une des hypothèses. Hawking et Penrose ont remplacé l'hyperbolicité globale par l'absence de courbes temporelles fermées et une condition de généricité, au prix d'une condition d'énergie plus forte [26]. Penrose énumérait lui-même dès 1965 les alternatives à une conclusion singulière [25] :

- (a) une énergie locale négative ;
- (b) des équations d'Einstein violées ;
- (c) une variété d'espace-temps incomplète ;
- (d) une notion d'espace-temps qui perd son sens à très forte courbure, peut-être sous l'effet de phénomènes quantiques.

Tout scénario de Trou Vert doit dire laquelle il emprunte.

Deux nuances s'imposent. D'abord, « incomplétude géodésique » ne signifie pas « courbure infinie ». Kerr soutient, dans un préprint non publié, que les théorèmes ne prouvent pas l'existence de singularités dans les trous noirs réels [84]. Une analyse publiée confirme que

l'incomplétude n'implique pas nécessairement une singularité de courbure, sans pour autant endosser l'ensemble de la thèse de Kerr [85]. Ensuite, les théorèmes concernent la relativité générale *classique*. Une singularité y est communément interprétée comme le signal de la limite de validité de la théorie (option d), non comme un objet physique [1, 86].

4.6 Les trois portes de sortie

Pour qu'une région piégée débouche, le long de courbes complètes, sur une région anti-piégée, il faut mettre en défaut au moins une hypothèse de la [proposition 4.2](#) : la NEC, l'hyperbolicité globale ou la non-compactité de la surface de Cauchy. Cette correspondance est classique [1-3, 87].

Porte 1 : violation de la convergence nulle C'est l'« énergie négative » au sens de l'option (a) de Penrose. On viole la condition de convergence nulle, effectivement (effets quantiques, gravité modifiée) ou par de la matière exotique. C'est la voie des rebonds noirs et des trous de ver traversables (Modèle A) et des transitions effectives noir-blanc (Modèle B) [47, 53, 62].

Porte 2 : horizon de Cauchy On perd l'hyperbolicité globale. C'est la voie de Reissner–Nordström, des trous noirs réguliers à horizon interne et de l'Oppenheimer–Snyder quantique, dont l'extension conduit à d'autres régions asymptotiques [57, 60]. Elle se heurte à l'inflation de masse [59, 71, 88].

Porte 3 : topologie On admet des sections de Cauchy compactes ou un changement de topologie. L'exemple le plus simple est l'espace de de Sitter global : ses sections sont des sphères S^3 , il satisfait la NEC et contient une région anti-piégée dans le futur d'une région piégée. Borde a montré que, dans une large classe d'espaces-temps satisfaisant la condition d'énergie faible, un trou noir régulier implique un changement de topologie, typiquement un univers fermé à l'intérieur [89]. C'est la voie des univers-enfants (Modèle C) [34-36].

Cette correspondance entre les hypothèses du théorème de Penrose et les trois architectures structure toute la suite.

5 Le problème de la traversabilité

5.1 Pourquoi rien ne sort d'un horizon classique

Dans une région piégée, R décroît le long de toute courbe causale dirigée vers le futur. Rien ne peut donc revenir vers les grandes valeurs de R . Dans Schwarzschild, la coordonnée r y est un temps, et « sortir » reviendrait à remonter le temps. Tant que la géométrie reste celle d'un trou noir classique, aucune information ne ressort, sinon par le rayonnement de Hawking, qui naît à l'extérieur de l'horizon [29]. Les jets relativistes observés autour de M87* sont lancés *hors* de l'horizon. Ils puisent l'énergie de rotation du trou noir ou du disque, à travers des champs magnétiques ancrés à l'extérieur (mécanismes de Blandford–Znajek et Blandford–Payne) [90-92]. Ils ne constituent en rien une éjection depuis l'intérieur.

5.2 Pourquoi le pont d'Einstein–Rosen n'est pas un tunnel

La [section 3.6](#) l'a montré : la gorge se referme plus vite qu'un signal ne la traverse [22]. Le résultat se généralise sous la forme de la *censure topologique*. Dans un espace-temps globalement hyperbolique et asymptotiquement plat satisfaisant la NEC moyennée, toute courbe causale de $\mathcal{I}^-$ à $\mathcal{I}^+$ est déformable continûment en une courbe topologiquement triviale [40]. Le domaine de communication extérieure est simplement connexe [93]. Un observateur ne peut donc pas sonder une topologie non triviale, et a fortiori l'emprunter.

5.3 Trous de ver traversables et violation de la NEC

Pour qu'une gorge reste ouverte, les rayons lumineux qui la traversent doivent cesser de converger : c'est la condition d'évasement. En vertu de (4.2), elle impose $R_{\mu\nu}k^\mu k^\nu < 0$ au voisinage de la gorge, donc une violation de la NEC [38, 94]. Hochberg et Visser ont généralisé ce résultat aux gorges dynamiques, définies comme des surfaces marginalement *anti-piégées*, sans hypothèse de symétrie ni de staticité [42, 95]. Cette définition est capitale pour nous : la sortie d'un passage est *par nature* une surface anti-piégée.

Reste à savoir quelle énergie négative est permise.

- Les champs quantiques violent toutes les conditions d'énergie ponctuelles [83], l'effet Casimir en est l'exemple [96]. Ces violations sont toutefois contraintes par des inégalités quantiques. Appliquées aux trous de ver statiques, elles imposent soit une gorge à peine plus grande que l'échelle de Planck, soit une énergie négative confinée dans une couche des ordres de grandeur plus mince que la gorge [97].
- La version moyennée (ANEC) est démontrée en espace plat pour des théories quantiques des champs raisonnables [98, 99]. Sa version « achronale et auto-cohérente » n'a pas de violation connue, et elle suffit à interdire les trous de ver [100].
- On peut construire des trous de ver dont la violation, mesurée par une intégrale de volume, est arbitrairement petite [101]. La violation de l'ANEC, elle, demeure.

5.4 Rendre traversable : ce que l'on sait faire

Gao, Jafferis et Wall ont montré qu'un couplage entre les deux bords d'un trou noir éternel asymptotiquement anti-de Sitter produit une énergie nulle moyenne négative. Celle-ci rend le pont d'Einstein–Rosen traversable [49]. Le passage est cohérent avec la causalité car le couplage non local fournit un canal extérieur. La quantité d'information transmise est bornée par la rétroaction gravitationnelle [102]. Des versions éternelles [103] et quadridimensionnelles ont été construites. Ces dernières reposent sur des fermions chargés et des bouches magnétiquement chargées quasi extrémales [104]. Une controverse a porté sur des solutions d'Einstein–Dirac–Maxwell sans matière exotique [105–107].

En relativité générale, Hayward et Koyama ont transformé analytiquement un trou noir de Schwarzschild en trou de ver traversable en l'irradiant de rayonnement d'énergie négative [108, 109]. Inversement, le trou de ver d'Ellis perturbé est instable. Il s'effondre en trou noir si l'on y injecte de l'énergie positive (un voyageur, par exemple), ou bien il « explose » en univers inflationnaire si l'énergie injectée est négative [110]. Ce dernier résultat relie directement les Modèles A et C.

5.5 ER = EPR et l'expérience sur processeur quantique

La conjecture ER = EPR identifie un pont d'Einstein–Rosen entre deux trous noirs à leur intrication maximale [44]. C'est une *conjecture* sur la structure de la gravité quantique. Elle n'affirme pas que tous les trous noirs sont des trous de ver traversables, et les ponts qu'elle décrit ne sont pas traversables sans couplage supplémentaire. En 2022, une équipe a annoncé avoir observé, sur un processeur quantique de 9 qubits, une dynamique « de type trou de ver traversable » dans un modèle SYK appris [111]. L'interprétation gravitationnelle de cette expérience est contestée [112–114]. Il s'agit au mieux de la simulation quantique d'un modèle holographique jouet, et en aucun cas de l'observation d'un trou de ver.

6 Trous blancs et symétries temporelles

6.1 Le trou blanc, image temporelle du trou noir

La région IV de Kruskal est l'image de la région II par $t \mapsto -t$. Tout y est anti-piégé, et toute courbe causale en sort vers l'avenir. Elle naît d'une singularité *passée*. Novikov et Ne'eman ont proposé dès 1964–65 que des « noyaux retardés » du Big Bang puissent n'entrer en expansion que tardivement, ce qui revient à des trous blancs cosmologiques [23, 24]. Le renversement temporel de l'effondrement d'Oppenheimer–Snyder [18] fournit un exemple exact. Une boule de poussière en expansion, dont l'intérieur est une portion de cosmologie de Friedmann fermée, émerge d'un horizon passé. Ce « petit Big Bang » satisfait toutes les conditions d'énergie, mais il exige une singularité initiale et des conditions initiales finement ajustées.

6.2 Instabilités

Eardley a montré qu'un trou blanc qui tarde à exploser est détruit par une instabilité exponentielle, qui le transforme en trou noir [31]. Barrabès, Brady et Poisson ont précisé le mécanisme : c'est l'effet gravitationnel de la matière accrétée, et non l'instabilité de décalage vers le bleu de l'horizon passé, qui provoque cette « mort ». La fraction de masse rayonnée à l'infini est, selon eux, une meilleure mesure qu'une échelle de temps [115]. Sur le plan quantique, la production spontanée de particules impose qu'un trou blanc explose presque sans délai, en un temps de l'ordre de r_g/c , ou jamais [32]. Le flux d'énergie produit à la fin d'un horizon de trou blanc est infini pour une large classe d'états [116]. Barceló, Carballo-Rubio et Garay en concluent que, dans les géométries noir→blanc, seules les transitions *rapides* sont robustes : « black holes turn white fast, otherwise stay black » [48]. Nous retrouvons ce résultat sous une forme quantitative simple en [section 18](#).

6.3 Flèche du temps

Les équations sont symétriques par renversement du temps ; les solutions physiquement réalisées ne le sont pas. Un trou noir se forme à partir de conditions initiales génériques (une étoile qui s'effondre). Un trou blanc classique exige au contraire une singularité passée et une coordination exacte de son contenu, à l'image d'un film d'effondrement projeté à l'envers. Cette

asymétrie est de même nature que celle de la thermodynamique. Le passage d'un horizon à grande entropie de Bekenstein–Hawking, $S = k_B c^3 A / (4G\hbar)$ [27, 29], à une émission « ordonnée » se heurte à la seconde loi, sauf si l'entropie est transportée ou si le trou blanc est un objet de faible entropie au contenu intérieur très grand [52]. Nous y revenons en [section 12](#).

6.4 Pourquoi n'en observe-t-on pas ?

Aucun trou blanc n'a été observé. Des propositions ont été avancées, sans être retenues comme preuves :

- des sursauts gamma longs sans supernova [117] ;
- des sursauts radio rapides [118].

La première proposition reste spéculative. Le sursaut GRB 060614 cité par ses auteurs admet une interprétation conventionnelle, celle d'une fusion compacte avec une possible macronova [119]. Pour la seconde, l'origine dominante des sursauts radio rapides par des trous blancs est aujourd'hui fortement défavorisée [120]. Les raisons théoriques de cette absence sont celles de cette section : impossibilité de former un trou blanc classique à partir de conditions génériques, puis instabilité. La conséquence est importante pour le Trou Vert. Toute région anti-piégée « de sortie » doit être *engendrée* par la dynamique, et non postulée, et elle doit être *brève*.

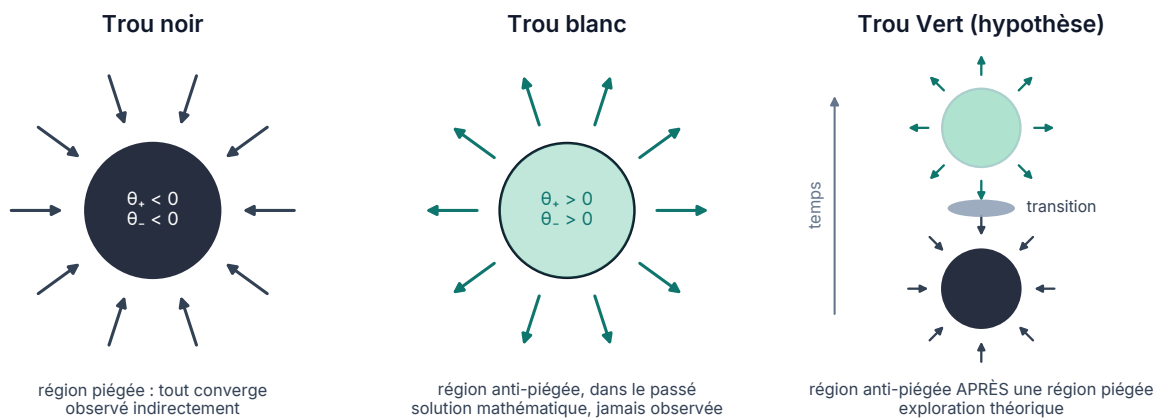


Figure 6.1. SCHÉMA Trou noir (région piégée), trou blanc (région anti-piégée dans le passé) et Trou Vert (région anti-piégée qui *succède* à une région piégée, au-delà d'une transition). Les expansions $\theta_{\pm}$ sont celles des sphères. Script : 11_concepts.py.

Deuxième partie

Hypothèses

7 Définition du Trou Vert

L'intuition d'une « propulsion inverse » peut se traduire sans gravité négative, sans vitesse négative et sans mouvement plus rapide que la lumière. Dans une région piégée, la géométrie

impose que l'aire de toute sphère diminue le long de toute direction de lumière dirigée vers le futur. Dans une région anti-piégée, elle impose qu'elle augmente. Ce qui « pousse » la matière vers l'extérieur n'est pas une force. C'est la structure causale elle-même : toutes les directions futures y mènent vers des sphères plus grandes. C'est exactement l'image temporelle d'un trou noir. La notion de Trou Vert se formule donc en termes d'expansions.

Définition 7.1 (Trou Vert). Soit (M, g) un espace-temps orienté dans le temps. Il peut comporter une région compacte Q où la description classique cesse de s'appliquer et où seule une métrique *effective* est supposée. On appelle *Trou Vert* une région $\mathcal{U} \subset M$ de 2-surfaces fermées anti-piégées ($\theta_{\pm} > 0$) telle que :

- (i) *succession* : $\mathcal{U}$ intersecte le futur causal $J^+(\mathcal{N})$ d'une région $\mathcal{N}$ de surfaces fermées piégées ($\theta_{\pm} < 0$) ;
- (ii) *régularité du passage* : il existe des courbes causales de $\mathcal{N}$ à $\mathcal{U}$, *complètes* (paramètre affine ou temps propre non borné), qui ne rencontrent aucune singularité de courbure. Le passage s'effectue à travers une hypersurface de transition Σ_T sur laquelle $\theta_+ \theta_- = 0$, à travers une région intermédiaire non piégée bordée de telles surfaces marginales, ou à travers Q ;
- (iii) *réémission* : de la matière ou du rayonnement entré dans $\mathcal{N}$ peut atteindre $\mathcal{U}$, puis en sortir vers une région asymptotique ou cosmologique.

Selon la région de sortie, le Trou Vert est *de type A* (une autre région asymptotique que celle d'entrée), *de type B* (la même région asymptotique) ou *de type C* (une région cosmologique en expansion sans infini asymptotiquement plat).

Remarque 7.2 (Une notion standard, un nom nouveau). Le contenu géométrique de cette définition est celui de la transition trou noir → trou blanc décrite par les horizons de piégeage de Hayward et par la littérature des rebonds [41, 62, 121, 122]. Ce projet en propose seulement un nom et une présentation unifiée. La définition inclut aussi des cas sans trou noir : l'espace de de Sitter global et les rebonds cosmologiques sont des Trou Vert de type C (section 34).

Remarque 7.3. Le trou blanc de Kruskal (région IV) n'est *pas* un Trou Vert : il n'appartient au futur d'aucune région piégée, il est dans son passé. La moitié anti-piégée de la région dynamique d'un rebond noir (figure 9.2) est un Trou Vert de type A. La géométrie de Haggard–Rovelli [47, 58] est de type B. La région de de Sitter de Frolov–Markov–Mukhanov [35, 36] est de type C : ses sphères comobiles sont anti-piégées dès que $HR > 1$.

Remarque 7.4 (Ce que le Trou Vert n'est pas). Les jets relativistes des noyaux actifs sont produits à l'extérieur de l'horizon [90-92]. Ils ne relèvent pas de cette définition. Un trou de ver statique traversable n'a pas de région piégée. C'est un objet différent, même si sa gorge est une surface marginalement anti-piégée [42]. Le rayonnement de Hawking ne sort pas d'une région anti-piégée.

Pourquoi « vert » ?

Le nom est un choix de ce projet, pas une catégorie de la littérature. Dans toutes les figures, le vert code la propriété géométrique « anti-piégé ($\theta_{\pm} > 0$) » et l'encre sombre la propriété « piégé ($\theta_{\pm} < 0$) ». Ce code permet de lire d'un coup d'œil, sur un diagramme de Penrose, si une géométrie contient un Trou Vert au sens de la [définition 7.1](#).

8 Hypothèses fondamentales

Nous énonçons explicitement les hypothèses de travail. Elles délimitent le domaine de validité des résultats des parties III et IV.

Hypothèse H1 (Validité classique hors d'une région bornée). La relativité générale classique, avec de la matière satisfaisant les conditions d'énergie usuelles, décrit la géométrie partout sauf dans une région de transition $\mathcal{Q}$, ou dans une couche mince, où la courbure approche une échelle limite (typiquement l'échelle de Planck). Dans $\mathcal{Q}$, on suppose seulement l'existence d'une métrique effective lisse.

Hypothèse H2 (Violation effective bornée en amplitude). Dans $\mathcal{Q}$, le tenseur énergie-impulsion effectif $T_{\mu\nu}^{\text{eff}} \equiv G_{\mu\nu}/8\pi$ peut violer la condition d'énergie nulle. Ses composantes et les invariants de courbure restent bornés. Nous ne supposons pas que le support de la violation soit compact. La famille GHM viole d'ailleurs la NEC radiale en tout point (queue en ℓ^2/R^4) : elle ne satisfait l'[hypothèse H1](#) qu'à $O(\ell^2/R^2)$ près ([section 13](#)).

Hypothèse H3 (Symétrie sphérique). Les géométries étudiées sont à symétrie sphérique. Cette hypothèse rend les calculs exacts. Elle exclut la rotation, qui est générique en astrophysique, et nous en discutons les conséquences en [section 19](#).

Hypothèse H4 (Asymptotique). Pour les types A et B, les régions d'entrée et de sortie sont asymptotiquement plates. Pour le type C, la région de sortie est cosmologique (de Sitter ou Friedmann).

Hypothèse H5 (Conservation). $\nabla^\mu T_{\mu\nu}^{\text{eff}} = 0$ partout. Cette condition est automatique pour T^{eff} défini par les équations d'Einstein (identité de Bianchi). Elle n'est donc pas une hypothèse physique supplémentaire, mais elle fixe le bilan d'énergie ([section 11](#)).

Hypothèse H6 (Formation dynamique). Un Trou Vert physiquement acceptable doit être *engendré* par l'évolution à partir de données initiales génériques sans singularité passée : un effondrement, puis une transition. Les géométries éternelles sont des modèles-jouets, utiles pour isoler la géométrie du passage.

Hypothèse H7 (Champs tests). Pour étudier ce qui traverse le passage, nous utilisons des champs tests (scalaires) qui ne rétroagissent pas sur la géométrie. Les perturbations gravitationnelles, qui dépendent de la dynamique de la source, ne sont pas traitées.

Hypothèse H8 (Pas de résolution présumée du problème de l'information). Nous ne supposons aucune résolution particulière du paradoxe de l'information. Nous suivons ce que transportent les champs classiques et nous indiquons ce qu'impliquerait chaque scénario.

9 Architecture géométrique

9.1 Modèle A : deux régions reliées par un passage

Un trou noir de la région A capture la matière; un Trou Vert de la région B l'expulse; entre les deux, un passage non classique ([figure 9.1](#)). La réalisation la plus simple est le

rebond noir éternel. Sa région dynamique contient une gorge spatiale qui sépare une moitié piégée et une moitié anti-piégée (figure 9.2). Le passage vers un *autre* univers est forcé par la topologie : la gorge relie deux bouts asymptotiques. Les extensions maximales des modèles de gravité quantique à boucles effective ont la même structure en chaîne infinie de régions asymptotiques [51, 57, 123]. Il en va de même des théories à tours infinies de corrections de courbure en dimension $D \geq 5$. Dans ces dernières, une coquille de poussière « rebondit vers un nouvel univers à travers l’explosion d’un trou blanc » [61, 124]. Des théories analogues en quatre dimensions conduisent aussi à la formation dynamique de trous noirs réguliers [125].

Pourquoi le pont d’Einstein–Rosen classique ne suffit-il pas ? Pour deux raisons, démontrées respectivement en section 3.6 et en section 4.6. Il se pince, et le théorème de Penrose ne laisse aucune région anti-piégée dans le futur d’une région piégée sans violer une hypothèse. Le Modèle A exige donc la Porte 1 (violation de la NEC le long du passage) ou la Porte 2 (horizon de Cauchy). Si l’on voulait qu’il relie deux points du *même* univers, la censure topologique imposerait en plus une violation de l’ANEC le long de courbes allant de $\mathcal{I}^-$ à $\mathcal{I}^+$ [40, 100].

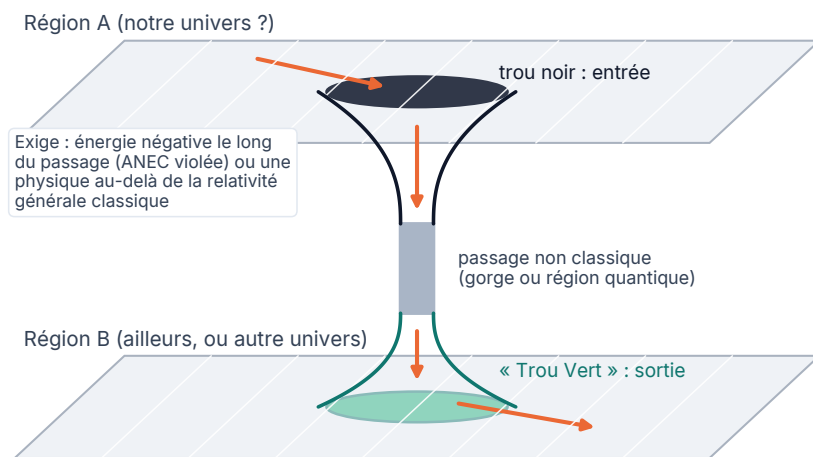


Figure 9.1. SCHÉMA Modèle A : un trou noir dans la région A, un passage non classique et un Trou Vert dans la région B.

9.2 Modèle B : le trou noir devient un Trou Vert

Le même objet traverse les phases illustrées par la figure 9.3. Haggard et Rovelli ont construit une métrique qui satisfait les équations d’Einstein du vide *partout sauf* dans une région compacte de « tunnel » quantique [46, 47]. Cette région déborde de l’horizon, et la matière ressort dans la *même* région asymptotique (figure 9.4). Han, Rovelli et Soltani en ont donné une version complète et non singulière, à deux paramètres : la masse m et la durée $\mathcal{T}$ de la transition [58]. Rignon-Bret et Rovelli l’ont étendue au cas chargé [126]. Les modèles effectifs de gravité quantique à boucles décrivent l’effondrement d’une étoile de poussière jusqu’à la densité de Planck, puis sa réexpansion [55, 57, 127, 128]. Ils divergent sur la suite : onde de choc [55, 129, 130], trou blanc lisse [131, 132], ou passage vers une autre région asymptotique. Dans ce dernier cas, selon l’analyse récente de la structure causale, « l’effondrement ne peut pas avoir lieu dans une seule région asymptotique » [60]. Le Modèle B réel pourrait donc se ramener au

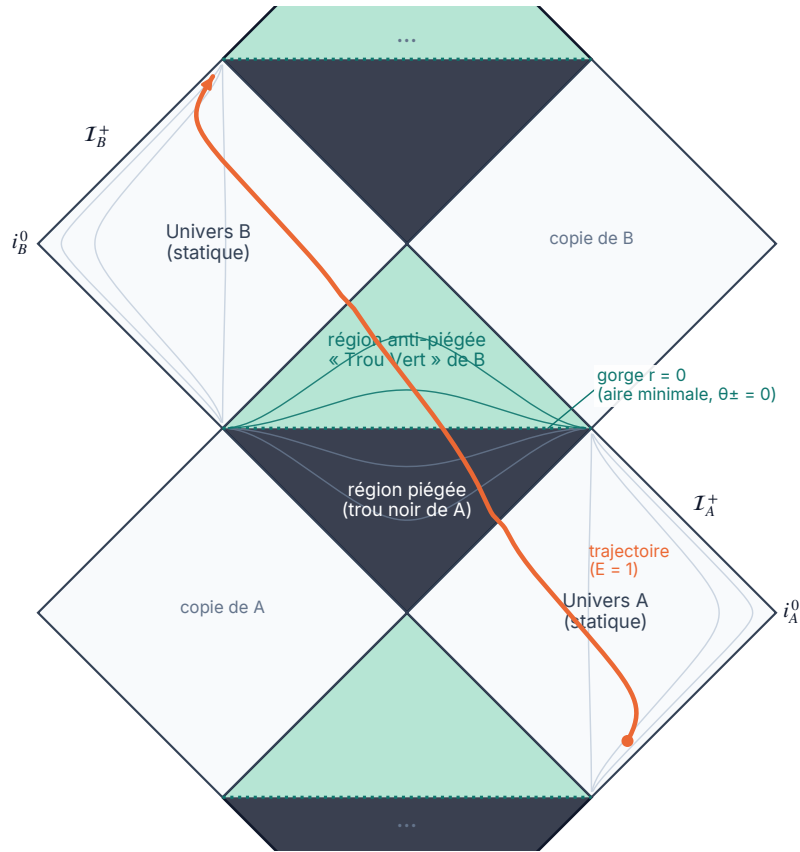
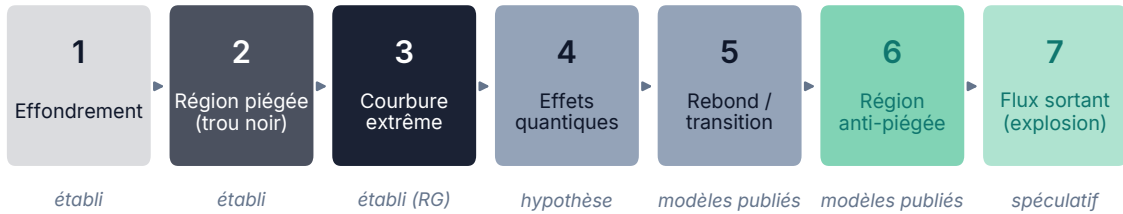


Figure 9.2. NUMÉRIQUE Diagramme causal (et non compactification conforme globale) de l'extension maximale du rebond noir de Simpson-Visser ($a = M$). Chaque région est compactifiée par l'arc tangente de ses coordonnées nulles. Les régions sont recollées le long des horizons, la coordonnée d'Eddington-Finkelstein restant continue. Dans chaque région dynamique (losanges centraux), la moitié basse est piégée et la moitié haute anti-piégée; la gorge $r = 0$ ($R = a$, $\theta_{\pm} = 0$) les sépare. La trajectoire orange (chute libre, $E = 1$) passe de l'univers A à l'univers B en un temps propre fini. Script : 03_penrose.py.

Modèle A. C'est l'un des points les plus importants de notre bilan.

Modèle B : un seul objet change de nature au cours du temps



Durées vues de loin (hypothèses) : de $\sim GM/c^3$ (transition rapide) à $\sim M^2$ (tunnel quantique) ou $\sim M^3$ (fin d'évaporation). Pour la matière qui tombe, la traversée ne dure que $\sim (8/3) GM/c^3$ de temps propre (13 μs pour une masse solaire).

Figure 9.3. SCHÉMA Les sept phases du Modèle B et le statut de chacune. Les durées vues de loin sont des hypothèses (section 17).

9.3 Modèle C : une nouvelle région cosmologique

Frolov, Markov et Mukhanov ont proposé qu'à une courbure limite, l'intérieur de Schwarzschild se raccorde à une région de de Sitter à travers une couche de transition spatiale [35]. Un monde clos peut alors s'y former et s'y gonfler [36]. Les bulles de faux vide offrent une construction voisine : vues de l'extérieur, ce sont des trous noirs ; à l'intérieur, un univers clos se détache [34, 133]. Mais un théorème de Farhi et Guth montre que, sous la NEC, une telle bulle inflationnaire dans un espace asymptotiquement plat doit être issue d'une singularité initiale [33]. Le Modèle C classique relève donc lui aussi des Portes 1 ou 3, ou d'un effet tunnel quantique [37]. D'autres réalisations existent :

- gravité de Palatini $f(R)$, où une simulation d'étoile à bosons produit un « univers-bébé » relié à l'univers parent par une gorge cachée derrière un horizon [134] ;
- gravité d'Einstein–Cartan avec torsion [135–137] ;
- sélection naturelle cosmologique, hypothèse sans dynamique explicite du rebond [39].

La cohérence holographique d'un univers-bébé semiclassique derrière un horizon est elle-même débattue [138, 139].

Le Modèle C rejoint une question que l'on entend souvent : notre Big Bang serait-il un Trou Vert ? Nous ne l'affirmons pas. Nous examinons en section 34 ce que cette idée exige et pourquoi la coïncidence numérique souvent invoquée n'apporte aucune information.

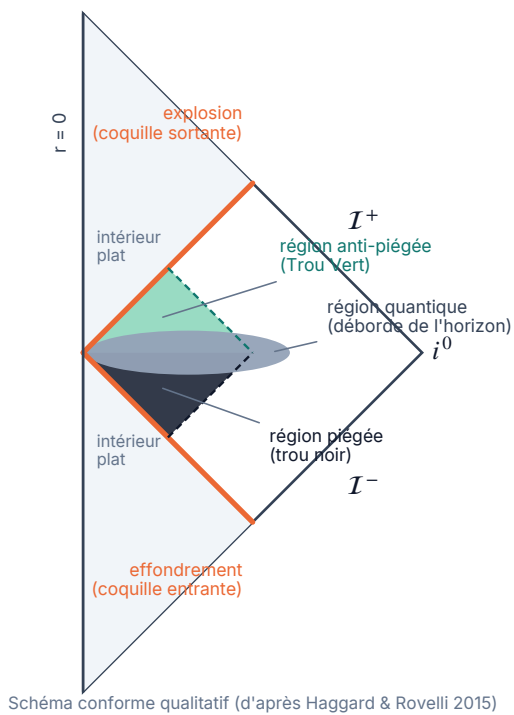


Schéma conforme qualitatif (d'après Haggard & Rovelli 2015)

Figure 9.4. SCHÉMA Diagramme conforme d’une transition noir→blanc dans une seule région asymptotique, d’après Haggard et Rovelli [47].

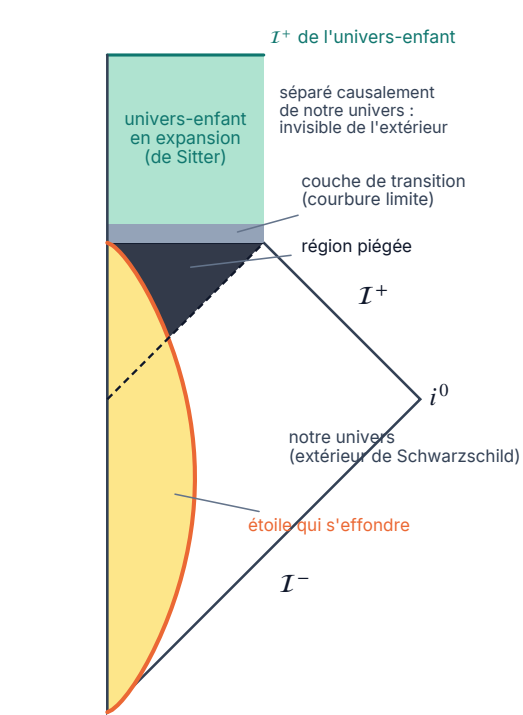


Schéma conforme qualitatif (type Frolov–Markov–Mukhanov 1989)

Figure 9.5. SCHÉMA Univers-enfant au-delà d’une couche de transition, d’après Frolov, Markov et Mukhanov [35, 36].

Table 9.1. Les trois architectures face aux théorèmes classiques.

	Modèle A (passage)	Modèle B (même objet)	Modèle C (univers-enfant)
Topologie	non triviale (deux bouts)	triviale	changement (section compacte)
Porte(s) de Penrose	1 (NEC) et/ou 2 (Cauchy)	1 (NEC effective, région $\mathcal{Q}$)	1 et/ou 3 (topologie)
Censure topologique	contournée (autre univers) ou ANEC violée	non concernée	non concernée
Réalisations publiées	rebonds noirs; LQG éternel; tours de courbure ($D \geq 5$)	Haggard–Rovelli; Han–Rovelli–Soltani; effondrement LQG	Frolov–Markov–Mukhanov; Palatini $f(R)$; torsion
Observable depuis l’entrée	non (sortie ailleurs)	oui (réémission locale)	non (caché derrière l’horizon)
Statut	PUBLIÉ métriques exactes; source exotique	PUBLIÉ métriques explicites; structure globale contestée	PUBLIÉ modèles-jouets

9.4 Comparaison qualitative

10 Mécanismes de transition

Le [tableau 10.1](#) recense les mécanismes proposés pour franchir la région $\mathcal{Q}$, avec la porte qu’ils empruntent et leur statut.

Table 10.1. Mécanismes de transition proposés dans la littérature. Colonne « Porte » : 1, 2 ou 3 renvoient aux portes de sortie de la [section 4.6](#); « eff. » signifie violation effective; (b) désigne l’option (b) de Penrose, des équations d’Einstein modifiées.

Mécanisme	Principe	Porte	Réf.
Tunnel quantique	Amplitude de transition entre géométries (mousses de spin); temps de rebond $\tau \sim m^2$ ou plus long.	1 (eff.)	[47, 140-142]
Rebond effectif LQG	Pression quantique à densité ρ_c ; surface de transition.	1 (eff.)	[50, 57, 123, 127]
Choc sortant	La matière rebondit en onde de choc; durée de vie $\propto M^2$.	1 (eff.)	[55, 128, 130]
Effets semiclassiques	Flux d’énergie négative amplifiés près de l’horizon interne; cascade noir→blanc (modèles 2D; préprint).	1	[143, 144]
Gravité modifiée	Tours infinies de termes de courbure (rebond vers un nouvel univers en $D \geq 5$; formation de trous noirs réguliers en 4D); sécurité asymptotique; Palatini.	(b)	[61, 125, 134, 145]
Torsion	Répulsion due au spin (Einstein–Cartan).	(b)	[135, 136]
Courbure limite	Raccord à de Sitter à courbure maximale.	1/3	[35, 36]
Matière exotique	Champ scalaire fantôme et électrodynamique non linéaire.	1	[4, 76]
Couplage non local	Énergie nulle moyenne négative injectée (AdS).	1	[49, 102]
Énergie négative injectée	Rayonnement fantôme qui ouvre un trou noir en trou de ver.	1	[108, 109]

Un résultat récent, encore à l’état de préprint, précise le prix des transitions dynamiques. Indépendamment de toute équation de champ, la contraction puis la disparition d’une région piégée, suivies de la formation et de l’expansion d’une région anti-piégée, *violent nécessairement* la condition de convergence nulle. Une transition instantanée exigerait même une violation non bornée [62]. Les passages de type Reissner–Nordström (Porte 2) y échappent : ils traversent une région intermédiaire non piégée, au-delà d’un horizon de Cauchy. Pour les gorges de la classe (3.5), la [proposition 15.2](#) donne une forme intégrée de cette violation. Dans le langage de Penrose, les mécanismes « effectifs » relèvent de l’option (d), mais ils se manifestent à l’échelle de la métrique effective comme l’option (a).

11 Conservation de l'énergie

11.1 Quelle énergie?

En relativité générale, l'énergie n'est pas une quantité locale conservée en général. Elle l'est dans des cadres précis :

- la masse ADM d'une région asymptotiquement plate (conservée) ;
- la masse de Bondi à l'infini nul (décroissante quand du rayonnement s'échappe) ;
- l'énergie de Killing en présence d'une symétrie temporelle ;
- la masse quasi locale de Misner–Sharp (4.1) en symétrie sphérique [81, 82].

Chaque région asymptotique a sa propre masse ADM ; aucune loi n'impose *a priori* l'égalité des masses de deux régions reliées par un passage. C'est la dynamique à travers la région de transition qui les relie.

11.2 Le bilan à travers la transition

En symétrie sphérique, la masse de Misner–Sharp obéit à $\partial_r m = 4\pi R^2 R' \rho$ pour la classe (3.5), avec $\rho = -T^t_t$ DÉMONTRÉ ICI. Il en résulte un bilan exact :

$$M_A - M_B = \int_{-\infty}^{+\infty} 4\pi R^2 R' \rho \, dr. \quad (11.1)$$

C'est un bilan exact de la masse de Misner–Sharp, $M_A - M_B = \int dm$. Il ne faut pas le lire trop vite comme « l'énergie contenue dans la région de transition », pour trois raisons : l'intégrande change de signe avec R' à la gorge, il reçoit des contributions de tous les rayons (queues en ℓ^2/R^4), et $-T^t_t$ n'est une densité d'énergie que dans les régions statiques. Pour un Modèle B dynamique, le bilan devient

$$M_{\text{entrée}} c^2 = E_{\text{réémise}} + E_{\text{Hawking}} + E_{\text{ondes grav.}} + E_{\text{reste}}, \quad (11.2)$$

où E_{reste} désigne ce qui demeure éventuellement sous forme d'objet compact (reste de Planck, trou blanc de longue vie [52]). Si le délai de transition τ est court devant la durée d'évaporation, la fraction perdue par rayonnement de Hawking est de l'ordre de τ/t_{ev} . Elle vaut par exemple $\sim 10^{-43}$ pour une masse solaire avec $\tau \propto M^2$ NUMÉRIQUE. Le Trou Vert réémet alors pratiquement toute l'énergie de masse entrée. Si au contraire la transition n'a lieu qu'en fin d'évaporation [52, 58], l'essentiel de l'énergie est déjà parti en rayonnement thermique. Ce qui ressort par le Trou Vert est alors un reste de masse planckienne au grand volume intérieur.

11.3 Matière identique ou transformée?

Rien n'impose que la matière ressorte sous sa forme d'entrée. Dans les modèles effectifs, la poussière rebondit en poussière, mais c'est une conséquence du modèle de matière choisi : à la densité de Planck, la physique des particules est inconnue. Les modèles de choc prédisent une réémission sous forme d'onde de matière ; la phénoménologie des étoiles de Planck distingue une composante de basse énergie, de longueur d'onde de l'ordre de la taille du trou, et une

composante de haute énergie liée à la matière d'origine [118, 146]. Ce qui est robuste, c'est le bilan (11.1) et la structure causale. La composition détaillée de ce qui sort est une question OUVERT .

12 Information et entropie

Un trou noir de masse M porte l'entropie de Bekenstein–Hawking $S_{BH} = k_B c^3 A / (4G\hbar)$, avec $A = 16\pi G^2 M^2 / c^4$ [27, 29]. S'il s'évapore en rayonnement thermique, l'unitarité de la mécanique quantique est menacée : c'est le paradoxe de l'information. Le courant dominant aborde aujourd'hui le paradoxe par l'entropie fine du rayonnement et les « îlots ». Ces calculs reproduisent la courbe de Page compatible avec une évaporation unitaire [147–150]. La tension avec l'équivalence (paradoxe des « pare-feu ») reste discutée [151].

Les scénarios de type B proposent une autre issue : l'information piégée ressort par le trou blanc, ou reste stockée dans un reste de grand volume intérieur et de faible masse qui la libère lentement [52, 152, 153] (ce dernier est une note non publiée). Ce document *ne prétend pas résoudre* le paradoxe. Nous établissons un point plus modeste, pour des champs *classiques* linéaires dans un rebond noir éternel. La traversée y est décrite par une fonction de transfert linéaire et inversible là où elle ne s'annule pas (section 23). L'information portée par un signal classique survit donc au passage, filtrée en fréquence. La généralisation quantique, la rétroaction et l'instabilité restent OUVERT . Notons enfin que la seconde loi généralisée doit être satisfaite à travers la transition. Une phase blanche de courte durée et de faible entropie n'est cohérente que si l'entropie a été évacuée (rayonnement) ou si elle reste associée au grand volume intérieur [52, 154].

Troisième partie

Modélisation : le modèle GHTM

13 Cadre mathématique

Ce que le nom GHTM veut dire, et ce qu'il ne veut pas dire

GHTM (*Green-Hole Transition Model*, ou MTTV) désigne ici une *famille paramétrée de géométries*, choisie pour représenter un Trou Vert de type A de la façon la plus simple possible. Nous en calculons les propriétés. Ce n'est pas une nouvelle solution validée des équations de la gravitation : le tenseur énergie-impulsion qui la soutient est *déduit* de la métrique (ingénierie métrique). Il viole la condition d'énergie nulle *en tout point* de l'espace-temps, avec une queue en ℓ^2/R^4 ; il ne satisfait donc l'*hypothèse H1* qu'à $O(\ell^2/R^2)$ près. Aucune théorie microscopique ne le fonde à ce stade. Une variante à support compact ($R = |r|$ pour $|r| \geq r_0$, avec un raccord lisse) satisferait strictement l'hypothèse : l'identité (15.2) resterait valable, mais la valeur $-E/(8\ell)$ est propre au profil $\sqrt{r^2 + \ell^2}$.

13.1 L'ansatz

Nous travaillons dans la classe (3.5) et posons

$$\boxed{ds^2 = -f(r) dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + R(r)^2 d\Omega^2, \quad R(r) = \sqrt{r^2 + \ell^2}, \quad f(r) = 1 - \frac{2\mu(r)}{R(r)}} \quad (13.1)$$

avec une fonction de masse

$$\mu(r) = M_B + (M_A - M_B) S(r/w), \quad S(x) = \frac{1}{2}(1 + \tanh x), \quad r \in \mathbb{R}. \quad (13.2)$$

Les paramètres libres sont les suivants :

- M_A et M_B : masses ADM vues depuis l'univers d'entrée ($r \rightarrow +\infty$) et depuis l'univers de sortie ($r \rightarrow -\infty$);
- $\ell > 0$: rayon aréolaire de la gorge, qui est le minimum de R ;
- $w > 0$: largeur de la zone où la masse varie.

Le cas $M_A = M_B$ redonne exactement le rebond noir de Simpson–Visser (3.6) [53]. L'asymétrie $M_A \neq M_B$ paramètre phénoménologiquement une réémission « inefficace » ($M_B < M_A$) ou « amplifiée » ($M_B > M_A$).

13.2 Justification des choix

La forme $g_{tt}g_{rr} = -1$ a deux vertus. Elle rend les géodésiques nulles radiales triviales ($dr/d\lambda = \pm E$), ce qui permet des énoncés exacts sur les intégrales le long du passage. Elle laisse aussi à la seule fonction $R(r)$ le soin de porter la gorge. Le choix $R = \sqrt{r^2 + \ell^2}$ est le plus simple qui soit lisse, pair et asymptotiquement égal à $|r|$. La fonction μ permet de tester la robustesse des résultats vis-à-vis du profil de masse. Les résultats exacts de la section 15 ne dépendent d'ailleurs pas de μ .

13.3 Conditions aux limites et limites classiques

Pour $|r| \rightarrow \infty$, on a $R \simeq |r| + \ell^2/(2|r|)$ et $f \simeq 1 - 2M_{A,B}/|r|$. Chaque bout est asymptotiquement plat, de masse ADM M_A ou M_B . La limite $\ell \rightarrow 0$ à μ fixé ne redonne pas Schwarzschild, mais deux copies de Schwarzschild collées par leur singularité : la gorge régularise précisément cette singularité. Pour $|r| \gg \ell$, la géométrie est celle de Schwarzschild de masse μ , à des corrections relatives $O(\ell^2/r^2)$ près. Tant que ℓ est microscopique devant M , l'extérieur est donc indiscernable de Schwarzschild. Ce fait gouverne toute la testabilité (section 26).

14 Géométrie et tenseurs

14.1 Tenseur d'Einstein de la classe

Pour la métrique générale (3.5), un calcul direct, vérifié symboliquement (script 01_symbolic_checks.py), donne les composantes mixtes [DÉMONTRÉ ICI](#)

$$G^t_t = \frac{f(2RR'' + R'^2) + f'RR' - 1}{R^2}, \quad (14.1)$$

$$G^r_r = \frac{fR'^2 + f'RR' - 1}{R^2}, \quad (14.2)$$

$$G^\theta_\theta = G^\phi_\phi = \frac{f''R + 2f'R' + 2fR''}{2R}. \quad (14.3)$$

Dans une région statique ($f > 0$), le tenseur énergie-impulsion effectif est celui d'un fluide anisotrope, de densité $\rho = -T^t_t$, de pression radiale $p_r = T^r_r$ et de pression tangentielle $p_t = T^\theta_\theta$. Dans une région dynamique ($f < 0$), t et r échangent leur caractère : $\rho = -T^r_r$ et $p_r = T^t_t$ [53]. Deux combinaisons sont particulièrement simples :

$$\rho + p_r \Big|_{f>0} = \frac{G^r_r - G^t_t}{8\pi} = -\frac{fR''}{4\pi R}, \quad (14.4)$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi R^2 R' (-T^t_t), \quad m = \frac{R}{2}(1 - fR'^2). \quad (14.5)$$

La seconde est la forme, pour cette classe, de la relation entre masse de Misner-Sharp et densité [81, 82].

14.2 Le cas Simpson-Visser

Pour $\mu = M$ constant, nous retrouvons les expressions publiées par Simpson et Visser [53] (région statique) [DÉMONTRÉ ICI](#) :

$$\rho = -\frac{a^2(R - 4M)}{8\pi R^5}, \quad p_r = -\frac{a^2}{8\pi R^4}, \quad p_t = \frac{a^2(R - M)}{8\pi R^5}, \quad R = \sqrt{r^2 + a^2}. \quad (14.6)$$

Le scalaire de Kretschmann est fini partout. En $r = 0$, il vaut

$$K(0) = \frac{4(9M^2 - 8Ma + 3a^2)}{a^6}, \quad (14.7)$$

en accord avec l'expression explicite de [53] [DÉMONTRÉ ICI](#). Toute la régularité de la géométrie provient de $a = \ell > 0$.

14.3 Le cas asymétrique

Pour $\mu(r)$ quelconque, les expressions générales sont longues ([annexe C](#)). Trois propriétés suffisent à la discussion. Elles sont vérifiées symboliquement pour μ arbitraire [DÉMONTRÉ ICI](#) :

$$\rho + p_r|_{f>0} = -\frac{f\ell^2}{4\pi R^4}, \quad (14.8)$$

$$m(r) = \frac{\ell^2}{2R} + \frac{r^2}{R^2} \mu(r), \quad (14.9)$$

$$m(0) = \frac{\ell}{2}. \quad (14.10)$$

Comme pour toute sphère d'aire extrémale ($\nabla R = 0$), on a $2m = R$ à la gorge. C'est une identité de définition de la masse de Misner–Sharp, pas un résultat dynamique. La [figure 14.1](#) montre les profils pour un cas de référence asymétrique ($M_A = 1$, $M_B = 0,7$, $\ell = 0,8$, $w = 0,5$, unités de M_A).

15 Conditions énergétiques

15.1 Rappels

Pour tout vecteur nul k^μ , la condition d'énergie nulle (NEC) exige $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$. La condition faible (WEC) exige $T_{\mu\nu}u^\mu u^\nu \geq 0$ pour tout u^μ de genre temps. La condition forte (SEC) porte sur $(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Tg_{\mu\nu})u^\mu u^\nu \geq 0$. La condition dominante (DEC) exige en outre que le flux d'énergie soit causal. La NEC moyennée (ANEC) n'exige que $\int T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu d\lambda \geq 0$ le long de géodésiques nulles complètes [\[83, 94\]](#). La violation de la NEC entraîne celle des trois autres conditions ponctuelles.

15.2 Violation radiale : un énoncé exact

Lemme 15.1. *Pour la classe (3.5), soit $k^\mu = (E/f, \pm E, 0, 0)$ le vecteur tangent affinement paramétré d'une géodésique nulle radiale. Alors*

$$R_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = -\frac{2E^2 R''}{R}, \quad (15.1)$$

indépendamment de f . [DÉMONTRÉ ICI](#)

Démonstration. En symétrie sphérique avec $g = g_{(2)} + R^2 d\Omega^2$, la partie de Ricci le long de directions du plan (t, r) s'écrit $R_{ab} = \frac{1}{2}{}^{(2)}R g_{ab} - \frac{2}{R} \nabla_a \nabla_b R$. Le premier terme s'annule contre $k^a k^b$ puisque k est nul. Pour une géodésique affinement paramétrée, $k^a k^b \nabla_a \nabla_b R = d^2 R / d\lambda^2$. Or $dr/d\lambda = \pm E$, donc $d^2 R / d\lambda^2 = E^2 R''$. Le résultat est vérifié composante par composante en calcul symbolique. ■

Cette relation, équivalente à $G^t_t - G^r_r = 2fR''/R$, est l'outil standard de Bronnikov dans la jauge quasi globale [\[4, 5\]](#). Elle fixe le signe de $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu$ partout, horizons et région dynamique

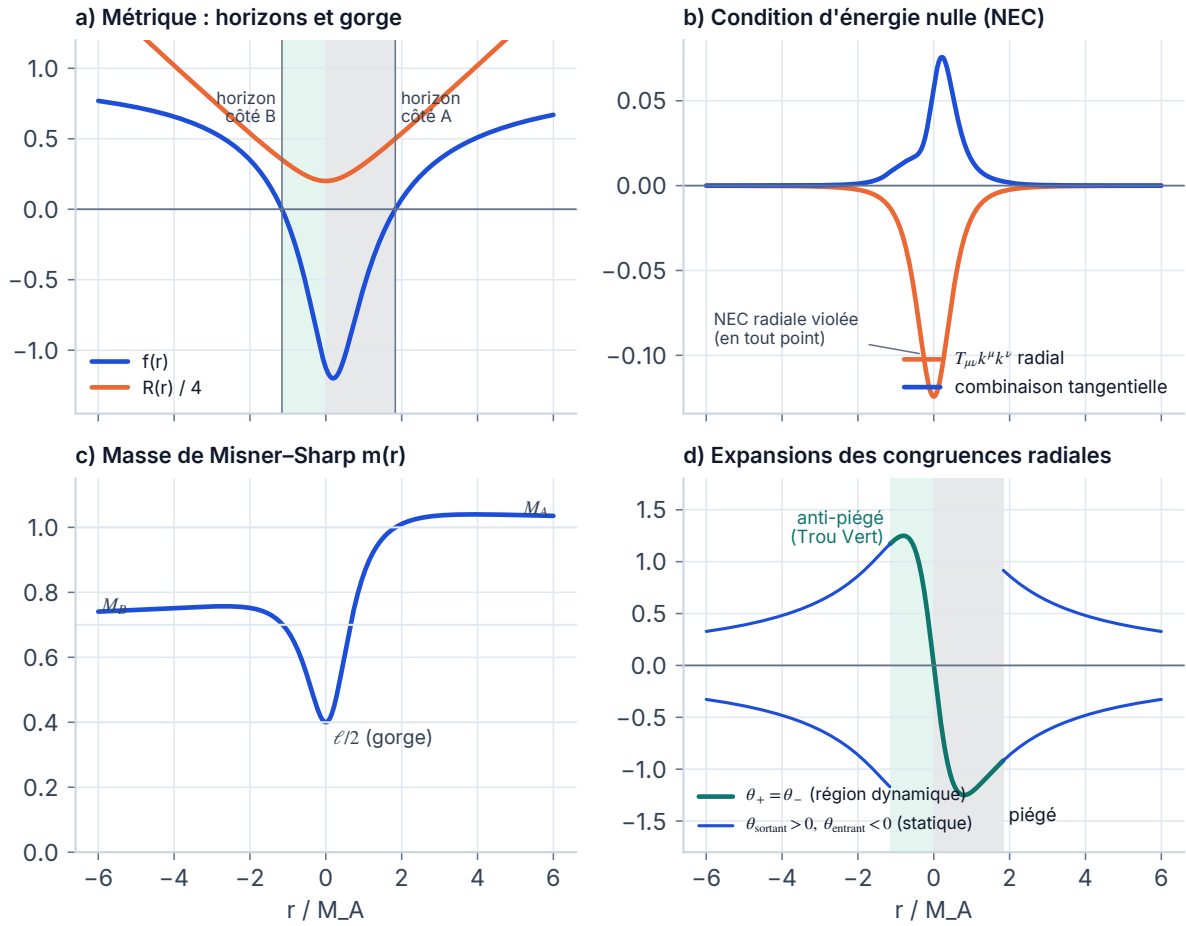


Figure 14.1. NUMÉRIQUE Famille GHTM, cas de référence ($M_A = 1$, $M_B = 0,7$, $\ell = 0,8$, $w = 0,5$). (a) Fonction f , rayon aréolaire et horizons. (b) Contraction radiale $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu$, négative partout, et combinaison NEC tangentielle. (c) Masse de Misner-Sharp : de M_B à M_A , avec $m = \ell/2$ à la gorge. (d) Expansions des congruences radiales : piégées sous la gorge, anti-piégées au-dessus dans la région dynamique. Script : 04_ghm_static.py.

compris : la NEC radiale est violée exactement là où $R'' > 0$. Simpson et Visser notent que $\rho + p_r$ s'annule sur les horizons [53]. C'est un artefact du repère statique, qui y devient singulier. La contraction invariante, elle, vaut $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = -E^2\ell^2/(4\pi R^4)$ pour la famille GHTM et reste strictement négative.

Proposition 15.2 (Déficit ANEC du passage). *Pour la classe (3.5) avec $R > 0$ partout et $R'/R \rightarrow 0$ aux deux bouts, le long de toute géodésique nulle radiale complète de normalisation E ,*

$$\int_{-\infty}^{+\infty} T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu d\lambda = -\frac{E}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{R'}{R}\right)^2 dr < 0. \quad (15.2)$$

Pour la gorge $R = \sqrt{r^2 + \ell^2}$ (famille GHTM, donc Simpson–Visser), cette intégrale vaut exactement

$$\int T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu d\lambda = -\frac{E}{8\ell}, \quad (15.3)$$

quel que soit le profil de masse $\mu(r)$, donc quels que soient M_A , M_B et w . [DÉMONTRÉ ICI](#)

Démonstration. On part du [lemme 15.1](#) avec $d\lambda = dr/E$:

$$\int R_{\mu\nu}k^\mu k^\nu d\lambda = -2E \int \frac{R''}{R} dr.$$

On intègre par parties :

$$\int \frac{R''}{R} dr = \left[\frac{R'}{R}\right]_{-\infty}^{+\infty} + \int \frac{R'^2}{R^2} dr.$$

Le terme de bord est nul par hypothèse. On divise enfin par 8π . Pour $R = \sqrt{r^2 + \ell^2}$, on a $\int r^2/(r^2 + \ell^2)^2 dr = \pi/(2\ell)$. L'intégrale exacte est vérifiée symboliquement, et numériquement à 10^{-16} près pour cinq jeux de paramètres (`04_ghm_static.py`). ■

Remarque 15.3. [Proposition 15.2](#) est un corollaire immédiat du [lemme 15.1](#), donc de la relation de Bronnikov. Elle se rattache à la condition d'évasement des trous de ver [38, 42], au fait que les trous de ver traversables violent nécessairement l'ANEC [101] et, pour les transitions dynamiques où la région piégée se contracte puis disparaît, au résultat cinématique de Borissova, Liberati et Visser (préprint) [62]. La valeur $-E/(8\ell)$ est propre au profil $\sqrt{r^2 + \ell^2}$. Pour $R = (r^4 + \ell^4)^{1/4}$, de même rayon de gorge, on trouve $-(3\sqrt{2}/32) E/\ell \approx -0,133 E/\ell$ [DÉMONTRÉ ICI](#). Nous ne revendiquons pas d'originalité de fond.

Deux conséquences méritent d'être soulignées.

- Pour ce profil, le déficit ANEC décroît en $1/\ell$: une grande gorge coûte moins, par géodésique, qu'une petite. L'échelle locale reste pourtant $c^4/(8\pi G\ell^2)$, gigantesque à toute échelle humaine ou astrophysique ([figure 15.1](#)). Pour un trou de ver ($f(0) > 0$), c'est la tension radiale à la gorge. Pour un rebond noir, la gorge se trouve dans la région dynamique, où $-T^r_r = +1/(8\pi\ell^2)$ est une densité positive ; la tension radiale y vaut $(4\mu(0)/\ell - 1)/(8\pi\ell^2)$. Violier la NEC n'impose donc pas une densité négative.
- Le prix est le même pour un rebond noir ($\ell < 2\mu(0)$) et pour un trou de ver traversable ($\ell > 2\mu(0)$). Ce qui distingue les deux, c'est la position de la gorge par rapport aux horizons, pas son coût énergétique.

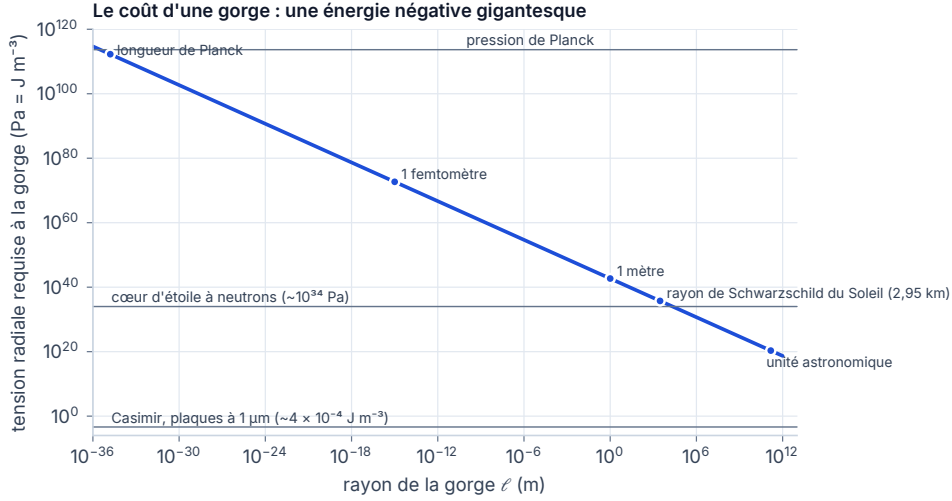


Figure 15.1. **NUMÉRIQUE** Tension radiale requise à la gorge, $c^4/(8\pi G\ell^2)$, en fonction du rayon de gorge. Une gorge de la taille du rayon de Schwarzschild solaire (2,95 km) exige $\sim 5,5 \times 10^{35}$ Pa, environ 10^{39} fois la densité d'énergie de Casimir entre plaques distantes de $1 \mu\text{m}$ ($\sim 4 \times 10^{-4} \text{ J m}^{-3}$ [96]). Ordres de grandeur. Script : 06_energy_scales.py.

15.3 Conditions tangentielles et autres conditions

Pour Simpson–Visser, $\rho + p_t = 3Ma^2/(8\pi R^5) > 0$ dans la région statique : la violation est purement radiale. Pour la famille asymétrique, la combinaison tangentielle dépend de μ . Dans le cas de référence, elle reste positive (figure 14.1b). La WEC est violée partout, puisque la NEC l'est. Ce qui change pour $R > 4M$, dans la région statique, c'est que la densité (14.6) elle-même devient négative, avec une amplitude qui décroît comme R^{-4} .

15.4 Comparaison : l'extérieur d'Oppenheimer–Snyder quantique

Le modèle de Lewandowski, Ma, Yang et Zhang [57] possède l'extérieur $f = 1 - 2M/r + \alpha M^2/r^4$, avec $R = r$. Nous obtenons **DÉMONTRÉ ICI**

$$\rho = \frac{3\alpha M^2}{8\pi r^6}, \quad p_r = -\rho, \quad p_t = 2\rho. \quad (15.4)$$

La NEC y est *satisfaite* : $\rho + p_r = 0$ et $\rho + p_t = 3\rho > 0$. Ce modèle n'emprunte donc pas la Porte 1 dans son extérieur. Il emprunte la Porte 2, avec un horizon interne qui est un horizon de Cauchy, comme le soulignent les auteurs [57], et une violation effective de la NEC à l'intérieur de l'étoile. L'équation de Friedmann effective $H^2 = \frac{8\pi}{3}\rho(1 - \rho/\rho_c)$ donne en effet $\dot{H} = -4\pi\rho(1 - 2\rho/\rho_c)$, d'où $\rho_{\text{eff}} + p_{\text{eff}} = \rho(1 - 2\rho/\rho_c) < 0$ dès que $\rho > \rho_c/2$ **DÉMONTRÉ ICI**.

16 Structure causale

16.1 Horizons et régimes

Les horizons sont les zéros de f . La nature de la gorge est fixée par le signe de $f(0) = 1 - 2\mu(0)/\ell$.

- Si $f(0) < 0$, la gorge est *spatiale* et se trouve dans une région dynamique : c'est un *rebond noir*. La région dynamique est piégée d'un côté de la gorge et anti-piégée de l'autre, et contient donc un Trou Vert de type A.
- Si $f(0) = 0$, la gorge est nulle : trou de ver à sens unique.
- Si $f(0) > 0$, la gorge est *temporelle* : trou de ver traversable. S'y ajoutent soit l'absence de tout horizon, soit des horizons d'un seul côté, si f s'annule ailleurs.

Pour le profil (13.2), $\mu(0) = (M_A + M_B)/2$. La frontière entre rebond noir et trou de ver est donc exactement $\ell = M_A + M_B$ (figure 16.1) DÉMONTRÉ ICI. Le troisième régime, une gorge temporelle cachée derrière un horizon, apparaît en bande étroite le long de cette frontière. Dans le cas symétrique, on retrouve les trois régimes de Simpson–Visser [10, 53].

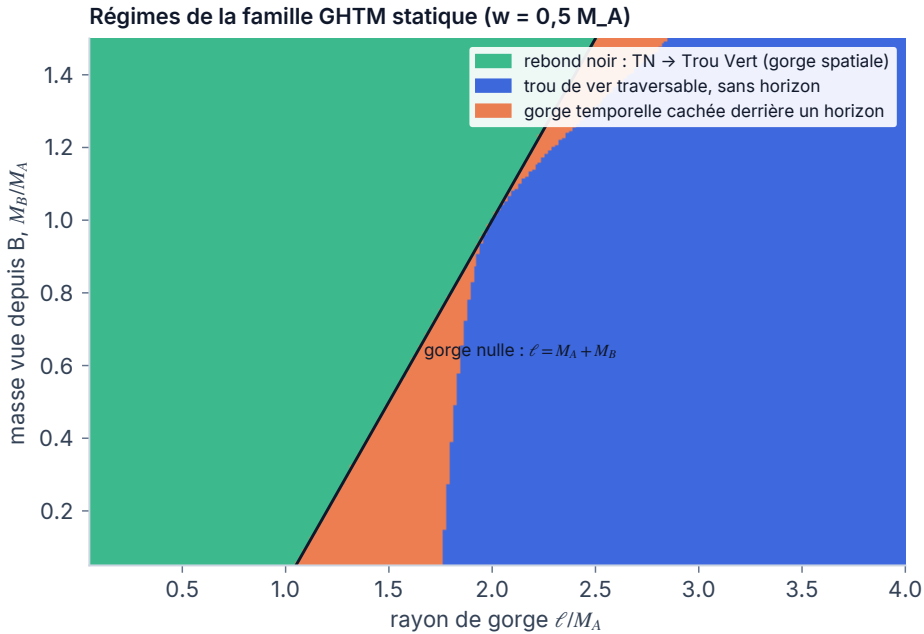


Figure 16.1. NUMÉRIQUE Régimes de la famille GHTM statique dans le plan $(\ell/M_A, M_B/M_A)$, pour $w = 0,5 M_A$. La droite $\ell = M_A + M_B$ (gorge nulle) est exacte. Classification numérique sur une grille de 240×220 points. Script : `04_ghm_static.py`.

16.2 Surfaces piégées et anti-piégées

Dans une région dynamique où r décroît vers le futur, les deux directions nulles futures ont $k' = -E$. Elles portent donc la même expansion $\theta_{\pm} = -2ER'/R$, de signe opposé à celui de r (figure 14.1d). Les sphères sont piégées pour $r > 0$ et anti-piégées pour $r < 0$. La gorge

$r = 0$ est une hypersurface spatiale de sphères marginales ($\theta_+ = \theta_- = 0$), l'analogue exact de la « surface de transition » des modèles effectifs de gravité quantique à boucles [50, 123]. Le diagramme de Penrose calculé (figure 9.2) montre la structure globale : une chaîne infinie d'univers, comme pour Reissner–Nordström.

16.3 Le passage comme transfert

Proposition 16.1 (Transfert radial sans décalage ; corollaire de la conservation de l'énergie de Killing). *Soit une métrique de la classe (3.5) avec $f \rightarrow 1$ aux deux bouts, comme la famille GHTM. La coordonnée avancée $v = t + r_*$, où $r_* = \int dr/f$ est prolongé à travers les zéros simples de f , définit une carte régulière*

$$ds^2 = -f dv^2 + 2 dv dr + R^2 d\Omega^2, \quad r \in \mathbb{R}, \quad (16.1)$$

qui couvre l'univers A , la région dynamique (ou la gorge) et l'univers B . Un rayon lumineux radial entrant dans A au temps avancé v atteint l'infini nul futur de B au temps retardé $u_B = v + \text{cste}$ ($u_B = v$ avec la convention de prolongement de r_*). Les fréquences mesurées par des observateurs statiques à l'infini des deux univers sont donc égales : $\omega_B/\omega_A = dv/du_B = 1$. Ce résultat vaut dans la limite de l'optique géométrique et quels que soient M_A et M_B . **DÉMONTRÉ ICI**

Démonstration. La métrique (16.1) a $g_{vr} = 1$ partout. Elle est donc régulière pour tout r , quel que soit le signe de f . Le vecteur $-\partial_r$ est nul et orienté vers le futur partout dans la carte, et $g(\partial_v, -\partial_r) = -g_{vr} = -1 < 0$: ∂_v est donc orienté vers le futur partout où $f > 0$, en particulier dans B . Les rayons nuls radiaux entrants sont les courbes $v = \text{cste}$, parcourues de $r = +\infty$ à $r = -\infty$. Dans B , la direction sortante est $r \rightarrow -\infty$. Le temps retardé adapté aux rayons qui s'y éloignent est donc $t_B + r_*$, avec $r_* \rightarrow -\infty$ à l'infini de B , où t_B est le temps de Killing, normalisé par $f \rightarrow 1$. Il coïncide avec v le long du rayon. L'intégration numérique d'une géodésique de genre temps à travers les deux horizons (figure 9.2) confirme la régularité de v ($dv/d\tau = 1/(E + \sqrt{E^2 - f})$ fini). En termes invariants, il s'agit de la conservation de l'énergie de Killing $E = -\xi \cdot k$ le long du rayon, avec ξ normalisé et orienté vers le futur dans A comme dans B . ■

Remarque 16.2. Proposition 16.1 concerne l'optique géométrique. Les ondes réelles subissent une diffusion (section 23) : réflexion sur la barrière de potentiel, mélange dans la région dynamique. Ce résultat repose aussi sur la géométrie éternelle. Dans un effondrement réel, la relation entre v et le temps de sortie est fixée par la dynamique de formation et de transition.

17 Dynamique du passage

17.1 Chute libre à travers la gorge

Pour une particule lâchée au repos à l'infini de A ($E = 1$), l'équation radiale s'écrit $dr/d\tau = -\sqrt{2\mu/R}$. Elle ne s'annule nulle part : la particule traverse la gorge et s'éloigne dans B . Le rayon aréolaire décroît jusqu'à ℓ , puis croît (figure 17.1). Pour $\ell = M$ ($M_A = M_B$), le temps propre passé entre l'horizon de A et l'horizon de B vaut $2,86 M$ NUMÉRIQUE. C'est l'ordre de grandeur du temps de chute $\frac{4}{3}M$ de Schwarzschild, doublé.

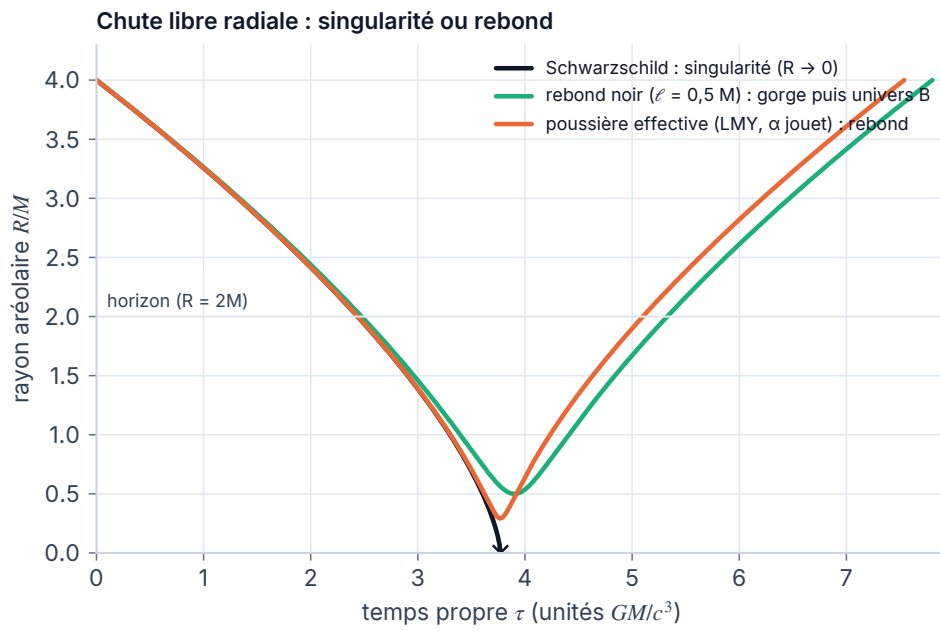


Figure 17.1. NUMÉRIQUE Rayon aréolaire en fonction du temps propre pour une chute libre ($E = 1$) depuis $R = 4M$. Trois cas : Schwarzschild, où $R \rightarrow 0$ en temps fini; rebond noir ($\ell = 0,5M$), où la particule passe dans l'univers B; surface d'une étoile de poussière dans l'extérieur de Lewandowski–Ma–Yang–Zhang. Pour ce dernier cas, la valeur $\alpha = 0,05 M^2$ est un jouet : elle est exagérée d'un facteur $\approx 3,6 \times 10^{74}$ par rapport à $\alpha \approx 1,17 \ell_p^2$ pour une masse solaire, afin de rendre le rebond visible. Script : 04_ghtm_static.py.

17.2 Une étoile qui rebondit : Oppenheimer–Snyder effectif

Pour une boule de poussière homogène (intérieur de Friedmann plat) régie par l'équation effective $H^2 = \frac{8\pi}{3}\rho(1 - \rho/\rho_c)$, la solution exacte est [DÉMONTRÉ ICI](#)

$$\rho(\tau) = \frac{\rho_c}{1 + 6\pi\rho_c\tau^2}, \quad R_{\text{surf}}(\tau)^3 = \frac{3M}{4\pi\rho_c}(1 + 6\pi\rho_c\tau^2). \quad (17.1)$$

La surface suit une géodésique de l'extérieur $f = 1 - 2M/r + \alpha M^2/r^4$ si et seulement si $\alpha = 3/(2\pi\rho_c)$ [DÉMONTRÉ ICI](#). Avec la densité critique de la cosmologie quantique à boucles, $\rho_c = \sqrt{3}/(32\pi^2\gamma^3)$ (unités de Planck), on retrouve $\alpha = 16\sqrt{3}\pi\gamma^3$, en accord avec [57]. La valeur numérique de ρ_c dépend du paramètre de Barbero–Immirzi γ ; la valeur usuelle $\gamma \simeq 0,2375$ donne $\rho_c \approx 0,41$ en unités de Planck (voir aussi l'[annexe F](#)). Trois conséquences en découlent :

- des horizons n'existent que si $M > M_{\text{min}} = 4\sqrt{\alpha}/(3\sqrt{3}) \approx 0,83 m_P$;
- le rebond a lieu en $R_b^3 = \alpha M/2$, où $f(R_b) = 1$, c'est-à-dire à l'intérieur de l'horizon interne, dans une région statique;
- pour une masse solaire, $R_b \approx 6 \times 10^{-23}$ m, bien au-dessus de la longueur de Planck, à densité planckienne.

Le rebond a lieu juste sous l'horizon interne : en développant f autour de R_b , on trouve $r_- - R_b \simeq R_b^2/(6M)$, soit une marge relative $\sim 10^{-26}$ pour une masse solaire. C'est pourquoi la stabilité de l'horizon de Cauchy est cruciale pour l'Oppenheimer–Snyder quantique. Le temps propre de l'horizon au rebond reste $\simeq \frac{4}{3} GM/c^3$, car la correction n'agit qu'au voisinage immédiat de ρ_c .

17.3 Le dictionnaire des temps

La question « une transition courte localement peut-elle durer très longtemps vue de loin ? » admet une réponse quantitative ([figure 17.2](#), [tableau 17.1](#)). Pour la matière, entrer, rebondir et ressortir prend un temps propre $\simeq \frac{8}{3} GM/c^3$ [NUMÉRIQUE](#) :

- 13 μs pour une masse solaire;
- 57 s pour Sgr A*;
- environ 24 heures pour M87*.

Vu de loin, le délai avant réémission est une *hypothèse de modèle*. Trois familles d'estimations publiées encadrent les possibilités :

- $\tau \propto M$ (transition rapide, dans l'esprit de [155]);
- $\tau \propto M^2$ (tunnel de Haggard–Rovelli, $\tau_q = 4k m^2/\ell_P$ avec $k \approx 0,05\text{--}0,06$ [47, 118], et effondrement effectif avec choc [55, 127, 130]);
- $\tau \propto M^3$ (transition en fin d'évaporation, suppression e^{-m^2/m_P^2} du tunnel [52, 58]).

En notant $\tau_2 = k_2 (GM/c^3)(M/m_P)$, on a $k_2 = 4k$. Avec $k_2 = 0,2$, la masse dont la réémission aurait lieu aujourd'hui vaut $\sim 1,4 \times 10^{23}$ kg. C'est la valeur publiée $\sim 1,2 \times 10^{23}$ kg [118], à l'arrondi près (même $k = 0,05$). Le délai vu de loin peut dépasser l'âge de l'Univers de dizaines d'ordres de grandeur, tandis que la traversée ne dure que quelques microsecondes

de temps propre. La structure globale permet ce contraste, comme pour la chute radiale dans Schwarzschild. Sa valeur, elle, n'est pas fixée par la géométrie mais par le mécanisme de transition.

Ce dictionnaire fait apparaître un *dilemme* pour le Modèle B.

- Une transition rapide ($\tau \sim M$, de quelques minutes à quelques heures pour Sgr A*) est robuste face à l'instabilité des trous blancs [48]. Elle est cependant exclue pour les trous noirs astrophysiques : les étoiles qui orbitent autour de Sgr A* sont suivies depuis une trentaine d'années, et M87* est imagé depuis plusieurs années.
- Une transition lente ($\propto M^2$ ou M^3) affronte l'instabilité de la phase blanche (section 18.2). Elle n'y échappe que si les croisements de matière ont lieu dans la région non classique $\mathcal{Q}$, position défendue par Haggard, Rovelli et leurs collaborateurs et débattue.

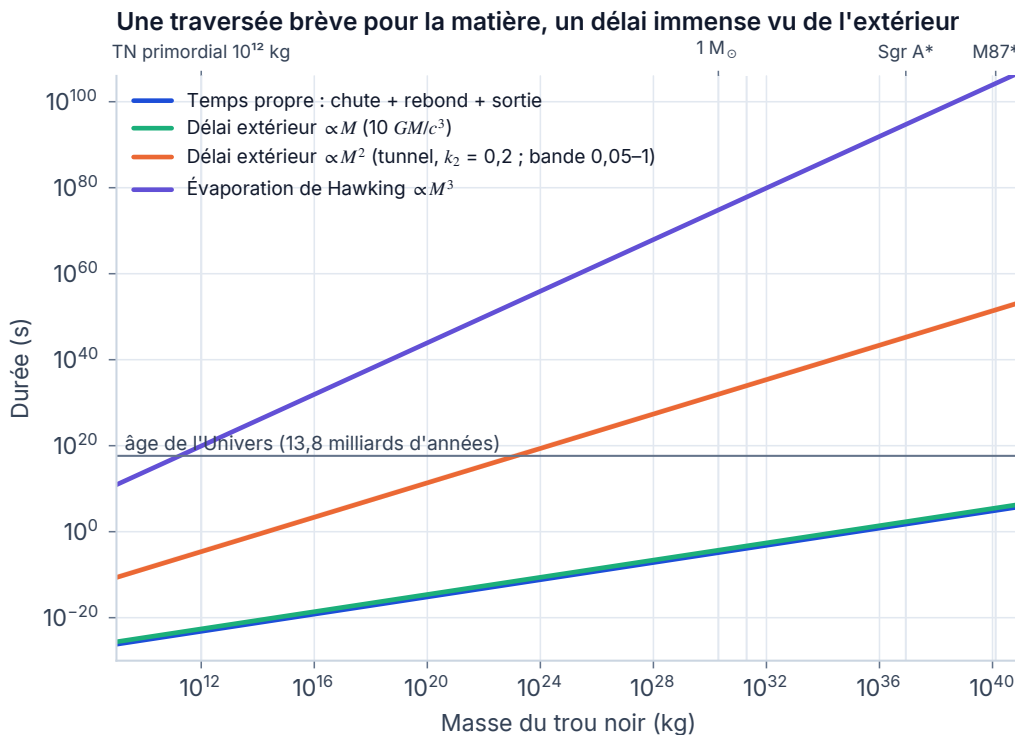


Figure 17.2. NUMÉRIQUE Temps propre de traversée comparé à trois hypothèses de délai extérieur ($\propto M$, $\propto M^2$, $\propto M^3$) et à l'âge de l'Univers. La durée d'évaporation suit la formule de corps noir naïve $5120\pi G^2 M^3 / (\hbar c^4)$ (aire de l'horizon, sans facteurs de corps gris), à prendre comme ordre de grandeur; le calcul réaliste tient compte de plusieurs espèces et des facteurs de corps gris [156]. Script : 02_timescales.py.

18 Stabilité

Nous testons la stabilité à trois niveaux, en précisant chaque fois l'approximation utilisée.

Table 17.1. Échelles caractéristiques (calculées, 02_timescales.py).

Objet	r_s	T_H (K)	traversée	τ_2 ($k_2 = 0,2$)	t_{ev} (corps noir naïf)
TN primordial 10^{12} kg	$1,5 \times 10^{-15}$ m	$1,2 \times 10^{11}$	$6,6 \times 10^{-24}$ s	23 μ s	$2,7 \times 10^{12}$ ans
$1 M_\odot$	2,95 km	$6,2 \times 10^{-8}$	13 μ s	$2,9 \times 10^{24}$ ans	$2,1 \times 10^{67}$ ans
$10 M_\odot$	29,5 km	$6,2 \times 10^{-9}$	131 μ s	$2,9 \times 10^{26}$ ans	$2,1 \times 10^{70}$ ans
Sgr A* ($4,3 \times 10^6 M_\odot$)	$1,27 \times 10^7$ km	$1,4 \times 10^{-14}$	57 s	$5,3 \times 10^{37}$ ans	$1,7 \times 10^{87}$ ans
M87* ($6,5 \times 10^9 M_\odot$)	$1,9 \times 10^{10}$ km	$9,5 \times 10^{-18}$	24 h	$1,2 \times 10^{44}$ ans	$5,8 \times 10^{96}$ ans

18.1 Champs tests

Dans les régions statiques, l'équation d'un champ scalaire de multipôle l se ramène à $\partial_t^2 \psi - \partial_{r_*}^2 \psi + V\psi = 0$, avec

$$V = f \left[\frac{l(l+1)}{R^2} + \frac{f'R' + fR''}{R} \right]. \quad (18.1)$$

Pour Simpson–Visser, $V \geq 0$ se démontre analytiquement dans les régions statiques, puisque $f'R' = 2Mr^2/R^4 \geq 0$ et $fR'' \geq 0$. Nous l'avons aussi vérifié numériquement pour tous les cas étudiés : rebonds noirs $\ell \in \{0,5; 1; 1,5\}M$ et trous de ver $\ell \in \{2,05; 2,3; 2,6; 3,5\}M$, avec $l = 0, 1, 2$. Pour la famille asymétrique, $f'R'$ contient le terme $-2\mu'R'/R$ et la positivité n'est pas garantie; seul le cas symétrique a été testé. L'opérateur $-\partial_{r_*}^2 + V$ est alors positif, ce qui exclut tout mode croissant. Les évolutions temporelles de la [section 22](#) confirment l'absence de croissance [NUMÉRIQUE](#). Cette stabilité *linéaire de champs tests* ne dit rien de la stabilité de la géométrie elle-même, qui dépend de la source.

18.2 Instabilité de la phase blanche : un modèle à deux coquilles

Considérons un trou blanc de masse M qui expulse son contenu sous forme d'une coquille nulle sortante (temps retardé u_0), laissant un intérieur plat. Une coquille nulle entrante de masse δm tombe vers lui (temps avancé v_1). Au croisement, en r_c , la continuité de la métrique impose la relation de Dray–'t Hooft–Redmount [[157](#), [158](#)]

$$f_{\text{passé}} f_{\text{futur}} = f_{\text{int}} f_{\text{ext}}, \quad f = 1 - \frac{2m}{r_c}, \quad (18.2)$$

où les quatre régions entourant le croisement ont pour masses M (passé), m_4 (futur), 0 (intérieur) et $M + \delta m$ (extérieur). On en tire [DÉMONTRÉ ICI](#)

$$m_4 = \frac{\delta m}{1 - 2M/r_c}, \quad 1 - \frac{2m_4}{r_c} = \frac{1 - 2(M + \delta m)/r_c}{1 - 2M/r_c}. \quad (18.3)$$

La région entre les coquilles après croisement est donc *piégée* dès que $r_c < 2(M + \delta m)$. L'énergie de la petite coquille y est amplifiée par le facteur $1/(1 - 2M/r_c)$, un décalage vers le bleu ([figure 18.1a](#)). Dans la région de masse M , on a $r_*(r_c) = (v_1 - u_0)/2$. Près de l'horizon, cela donne $r_c - 2M \simeq 2M \exp[(v_1 - u_0)/4M - 1]$, approximation vérifiée numériquement. La capture survient donc si

$$u_0 - v_1 > \Delta t_{\text{max}} = 4M \ln \frac{M}{e \delta m} \quad (\text{en SI : } 4 \frac{GM}{c^3} \ln \frac{M}{e \delta m}). \quad (18.4)$$

Le logarithme rend le résultat presque insensible à δm . À titre d'illustration d'ordre de grandeur, avec δm égal à l'énergie d'un photon du fond diffus cosmologique ($\approx 6 \times 10^{-4} \text{ eV}/c^2$), on obtient $\Delta t_{\text{max}} \approx 3 \text{ ms}$ pour une masse solaire, $\approx 4 \text{ h}$ pour Sgr A* et $\approx$ neuf mois pour M87* **APPROXIMATION** (figure 18.1b). Ce chiffre n'est qu'une illustration : un photon n'est pas une coquille sphérique, et au seuil le croisement a lieu à $r_c - 2M \approx 2\delta m$, soit $\sim 10^{-66} \text{ m}$ pour un photon sur une masse solaire, à des énergies de collision trans-planckiennes. Dans ce modèle, une phase blanche classique dont l'horizon passé est exposé à de la matière entrante est capturée si elle n'explose pas dans ce délai. Elle redevient alors un trou noir de masse $\simeq M + \delta m$.

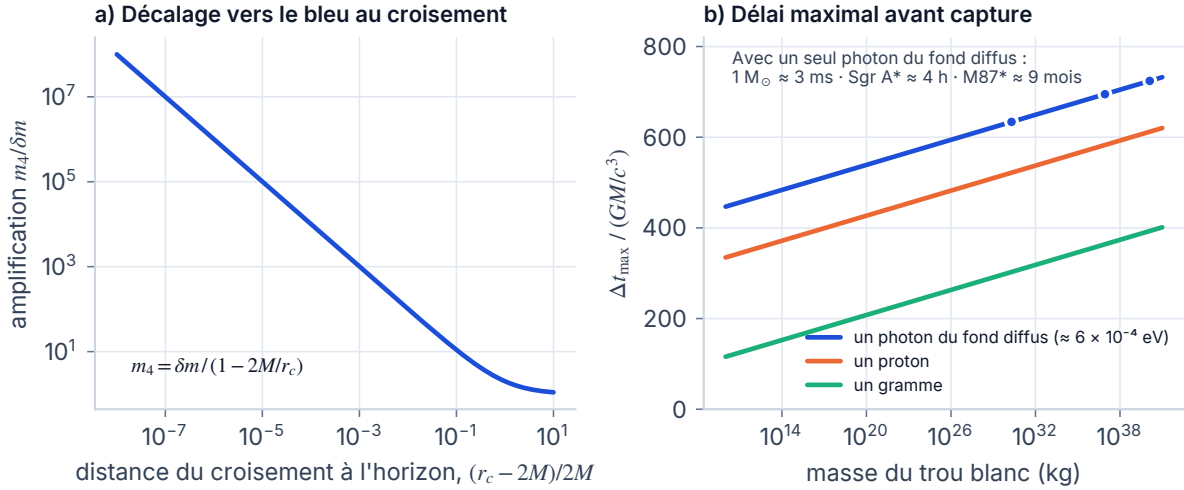


Figure 18.1. **APPROXIMATION** Modèle à deux coquilles nulles. (a) Amplification de l'énergie de la coquille entrante en fonction de la distance du croisement à l'horizon. (b) Délai maximal Δt_{max} au-delà duquel l'explosion est capturée, en unités de GM/c^3 , pour trois valeurs de δm . Script : 05_white_hole_instability.py.

Ce modèle-jouet reproduit qualitativement l'instabilité d'Eardley [31]. Il rejoint l'analyse de Barceló, Carballo-Rubio et Garay, fondée sur le même type de croisement de coquilles : seules les transitions rapides survivent [48]. Il faut cependant garder la nuance de Barrabès, Brady et Poisson. Dans leur analyse, la « mort » du trou blanc est due à l'effet gravitationnel de la matière accrétée. Une échelle de temps est une mesure moins pertinente que la fraction de masse rayonnée à l'infini, qui dépend du modèle [115]. Notre (18.4) est donc une *borne d'ordre de grandeur* dans un modèle-jouet, non une prédiction. Sa conséquence pour le Trou Vert est néanmoins nette : la phase blanche doit être *courte* et *engendrée* par la transition, jamais « en attente ».

18.3 Horizons internes et inflation de masse

L'extension éternelle des rebonds noirs, comme celle de Reissner–Nordström et de l'Oppenheimer–Snyder quantique, possède des horizons de Cauchy : les bords supérieurs des régions dynamiques de la figure 9.2. Les horizons internes non extrêmes sont soumis à une inflation de masse exponentielle [71, 88, 159]. Elle subsiste même en l'absence d'horizon de Cauchy pour des horizons internes qui évoluent lentement [59]. D'autres analyses trouvent une croissance apprivoisée, en loi de puissance ou logarithmique [160, 161], et des configurations extrêmes l'évitent [162, 163]. Nous n'avons pas calculé l'inflation de masse pour la famille

GHTM. C’est un point **OUVERT** majeur.

18.4 Stabilité de la source

Les sources connues des rebonds noirs comprennent un champ scalaire fantôme [4, 76]. Or le trou de ver d’Ellis soutenu par un tel champ est instable : il s’effondre en trou noir ou explose en univers inflationnaire [110]. La géométrie GHTM n’hérite d’aucune stabilité démontrée de la part de ses sources.

Table 18.1. Bilan de stabilité du modèle GHTM (champs tests : cas symétrique $M_A = M_B$).		
Test	Résultat	Statut
Champs scalaires tests (régions statiques)	$V \geq 0$; aucune croissance dans les évolutions temporelles	NUMÉRIQUE
Phase blanche face à la matière entrante	capturée au-delà de $\Delta t_{\max} \sim 4M \ln(M/\delta m)$	APPROXIMATION
Horizons internes / de Cauchy	inflation de masse attendue; débat ouvert	PUBLIÉ / OUVERT
Source (champ fantôme)	instable pour les trous de ver d’Ellis	PUBLIÉ
Perturbations gravitationnelles	non calculées (dépendent de la source)	OUVERT

19 Limites et singularités

La famille GHTM est lisse et ses invariants de courbure sont finis, car $R \geq \ell > 0$. Ses géodésiques se prolongent de région en région dans la chaîne infinie de la figure 9.2 : il n’y a pas de singularité de courbure. Ses pathologies sont ailleurs :

1. une source violant la NEC, sans théorie microscopique (section 15);
2. une géométrie éternelle : la formation dynamique, exigée par l’hypothèse H6, n’est pas décrite;
3. des horizons de Cauchy et une chaîne infinie d’univers, dont des copies (B’, etc.) sans rôle physique évident;
4. la symétrie sphérique. La rotation ajoute un horizon interne et modifie la structure causale. Des rebonds noirs en rotation existent [78], mais ne sont pas traités ici;
5. un régime classique effectif jusqu’à la gorge. Si ℓ est planckien, la notion même de métrique effective y est discutable : c’est l’option (d) de Penrose.

20 Modèles alternatifs

D'autres issues évitent le Trou Vert tout en évitant la singularité :

- La région piégée se referme sans région anti-piégée : trou noir régulier qui se forme puis s'évapore jusqu'au vide [73], ou horizon apparent fermé [164].
- La matière reste dans un objet compact sans horizon (objets compacts exotiques) [165].
- Un reste de masse planckienne subsiste [52, 154].
- La matière ressort sous forme d'onde de choc sans phase blanche lisse [55, 130].

Le Trou Vert n'est donc pas la seule issue non singulière. Les modèles semiclassicals récents suggèrent même une cascade de transitions noir→blanc→noir aboutissant à un objet sans horizon [144]. Le [tableau 25.1](#) de la [section 25](#) compare ces alternatives.

Quatrième partie

Calculs et résultats

21 Modèles analytiques

Le [tableau 21.1](#) rassemble les résultats analytiques établis ou vérifiés dans ce document. Chacun est contrôlé par un script, et son statut est indiqué.

Loi d'échelle de l'amortissement. Dans l'extérieur d'un rebond noir, écrit en fonction du rayon aréolaire, $g_{tt} = -(1 - 2M/R)$ est identique à Schwarzschild. Seule la mesure radiale change : $dr_* = dR/[f\sqrt{1 - \ell^2/R^2}]$. Le terme dominant du potentiel (18.1), $f\ell(l+1)/R^2$, a donc le même maximum, V_0 au voisinage de $R = 3M$. En revanche, sa courbure par rapport à r_* est réduite d'un facteur $1 - \ell^2/9M^2$. À l'ordre 1 du WKB [166, 167], $\omega_R \simeq \sqrt{V_0}$ est inchangée et $\omega_I \propto \sqrt{|V_0''|}$. On retrouve ainsi la formule eikonale (de Lyapunov) publiée par Churilova et Stuchlík [11, éq. 11] (voir aussi [12]) :

$$\frac{\omega_I(\ell)}{\omega_I(0)} \simeq \sqrt{1 - \frac{\ell^2}{9M^2}}. \quad (21.1)$$

Pour $\ell = 0,5, 1$ et $1,5M$, cela prédit $-1,40\%$, $-5,72\%$ et $-13,40\%$. Les valeurs exactes, calculées dans le domaine fréquentiel, suivent la loi à mieux que 0,03 point pour $l = 2$, et à 0,13 point pour $l = 1$ ([tableau 23.1](#)). L'écart plus grand des ajustements temporels (0,1 à 0,6 point) est un biais d'ajustement.

Table 21.1. Résultats analytiques. Sauf mention contraire, chacun fait l'objet d'un contrôle symbolique exact (SymPy) dans `01_symbolic_checks.py`.

Résultat	Énoncé	Statut
Conventions	$R_{\mu\nu} = 0$ et $K = 48M^2/r^6$ (Schwarzschild) ; $\rho = Q^2/8\pi r^4$ (Reissner–Nordström)	DÉMONTRÉ ICI
Tenseur d'Einstein de la classe (3.5)	(14.1)–(14.3)	DÉMONTRÉ ICI
Contraction radiale	$R_{\mu\nu}k^\mu k^\nu = -2E^2R''/R$, indépendante de f (lemme 15.1 ; relation de Bronnikov [4])	DÉMONTRÉ ICI
Déficit ANEC	$-\frac{E}{4\pi} \int (R'/R)^2 dr$; $= -E/8\ell$ pour le profil $\sqrt{r^2 + \ell^2}$; $-(3\sqrt{2}/32)E/\ell$ pour $(r^4 + \ell^4)^{1/4}$ (proposition 15.2)	DÉMONTRÉ ICI
Masse de Misner–Sharp	$dm/dr = 4\pi R^2 R'(-T^t_t)$; $2m = R$ à la gorge (identité de définition)	DÉMONTRÉ ICI
Simpson–Visser	ρ, p_r, p_t (14.6) ; $K(0)$ (14.7) (identiques à [53])	DÉMONTRÉ ICI
Frontière rebond / trou de ver	$\ell = 2\mu(0) = M_A + M_B$	DÉMONTRÉ ICI
Transfert radial	$u_B = v_A + \text{cste}$, $\omega_B = \omega_A$ (conservation de l'énergie de Killing, proposition 16.1)	DÉMONTRÉ ICI
Extérieur LMYZ	$\rho = 3\alpha M^2/8\pi r^6$, $p_r = -\rho$, $p_t = 2\rho$: NEC satisfaite	DÉMONTRÉ ICI
Poussière effective	$\rho = \rho_c/(1 + 6\pi\rho_c\tau^2)$; $\dot{H} = -4\pi\rho(1 - 2\rho/\rho_c)$	DÉMONTRÉ ICI
Raccordement	$\alpha = 3/(2\pi\rho_c) = 16\sqrt{3}\pi\gamma^3$; $M_{\min} = 4\sqrt{\alpha}/3\sqrt{3}$; $f(R_b) = 1$	DÉMONTRÉ ICI
Croisement de coquilles	$m_4 = \delta m/(1 - 2M/r_c)$; piégeage si $r_c < 2(M + \delta m)$	DÉMONTRÉ ICI
Fenêtre de la phase blanche	$\Delta t_{\max} = 4M \ln[M/(e\delta m)]$ (développement près de l'horizon, vérifié numériquement)	APPROXIMATION
Ombre	$b_c = 3\sqrt{3}M$ si $\ell < 3M$; $b_c = \ell/\sqrt{1 - 2M/\ell}$ sinon	DÉMONTRÉ ICI
Amortissement	$\omega_I(\ell)/\omega_I(0) \simeq \sqrt{1 - \ell^2/9M^2}$ (loi eikonale publiée [11]), confirmée par calcul exact	PUBLIÉ
Coïncidence de Hubble	$2GM_H/c^2 = c/H$ si $\rho = \rho_{\text{crit}}$ (identité de Friedmann)	DÉMONTRÉ ICI

22 Simulations numériques

22.1 Organisation du code

Le code est en Python 3.10 (NumPy, SciPy, SymPy, mpmath, Matplotlib). Il est organisé en scripts indépendants et numérotés ([tableau 22.1](#)). Une commande unique, `bash run_all.sh`, régénère les données (`sim/out/*.json`) et toutes les figures. Les constantes physiques sont celles de CODATA 2018, et la constante héliocentrique est la valeur nominale de l’IAU 2015.

Table 22.1. Scripts et méthodes.

Script	Contenu et méthode
01_symbolic_checks.py	Christoffel, Riemann, Ricci, Einstein et Kretschmann symboliques ; contrôles de conventions ; identités de la tableau 21.1 .
02_timescales.py	Échelles r_s , T_H , t_{ev} , temps propres et délais hypothétiques ; tableau et figure.
03_penrose.py	Diagrammes de Penrose : Kruskal compactifié ; recollement des régions du rebond noir ; géodésiques intégrées en coordonnées d’Eddington–Finkelstein (RK45, tolérance 10^{-10}).
04_ghm_static.py	Profils GHTM ; ANEC par quadrature adaptative ; grille des régimes ; trajectoires comparées.
05_white_hole_instability.py	Relation DTR, amplification et Δt_{max} ; vérification de l’approximation près de l’horizon.
06_energy_scales.py	Tension de gorge en SI ; comparaisons (Casimir, étoile à neutrons, Planck).
07_shadow.py	Paramètre d’impact critique et déviation δ ; bornes EHT.
08_waves.py	Champ scalaire test. <i>Domaine temporel</i> : schéma saute-mouton d’ordre 2, $\Delta r_* = 0,025M$, $\Delta t = \Delta r_*/2$, impulsion gaussienne entrante ; ajustement à deux modes amortis sur trois fenêtres. <i>Domaine fréquentiel</i> : intégration couplée de (r, ψ, ψ') en r_* (RK45, tolérance 10^{-9} à 10^{-10}) ; décomposition en fonctions de Riccati–Hankel ; contrôle du wronskien.
09_embedding.py	Plongements (Flamm, Simpson–Visser) ; fermeture du pont d’Einstein–Rosen.
10_hero.py	Visuel artistique : lancer de rayons simplifié de Schwarzschild ; non scientifique pour la partie droite.
11_concepts.py	Schémas qualitatifs (étiquetés SCHÉMA).
12_leaver.py	Modes quasi normaux de Schwarzschild par fraction continue de Leaver [168] (référence indépendante).
16_qnm_frequency.py	Modes quasi normaux exacts de Simpson–Visser dans le domaine fréquentiel (série de Frobenius à l’horizon, intégration le long d’un rayon complexe, raccord des dérivées logarithmiques).
13_convergence.py	Tests de convergence (résolution, domaine).
14_echo_figure.py	Figure des vibrations finales et des échos.
15_transfer_figure.py	Figure de la fonction de transfert, retracée à partir des données de 08_waves.py.

22.2 Validation

- **Conventions.** Ricci nul et Kretschmann $48M^2/r^6$ pour Schwarzschild. Densité $Q^2/8\pi r^4$ pour Reissner–Nordström, ce qui contrôle le signe de G^t_t .
- **Modes quasi normaux.** La fraction continue de Leaver donne, pour Schwarzschild (champ scalaire, $l = 2, n = 0$), $M\omega = 0,483644 - 0,096759i$ et, pour $l = 1$, $0,292936 - 0,097660i$. Ce sont les valeurs de référence de la littérature [168, 169]. La méthode temporelle redonne ω_R à moins de 0,6% et ω_I à moins de 2,6% selon la fenêtre d’ajustement. Passer de $\Delta r_* = 0,025M$ à $0,0125M$ change le résultat de moins de 5×10^{-5} en valeur relative : l’erreur provient de l’ajustement (harmoniques, queue tardive [170, 171]), pas de la discrétisation. Les valeurs de référence du [tableau 23.1](#) sont donc calculées dans le domaine fréquentiel (`16_qnm_frequency.py`). Ce solveur redonne les valeurs de Leaver à 2×10^{-13} près pour Schwarzschild et concorde, aux six décimales publiées, avec le calcul indépendant du relecteur.
- **Domaine fréquentiel.** Conservation du flux $|T|^2 + |R|^2 = 1$ à 10^{-6} près. Relation $|a|^2 - |b|^2 = 1$ vérifiée à 5×10^{-9} près. $|T|^2$ ne varie pas, à 10^{-9} près, quand le domaine passe de $1500M$ à $4000M$.
- **Intégrales exactes.** L’intégrale ANEC numérique coïncide avec $-1/(8\ell)$ à 10^{-16} près pour cinq jeux de paramètres. L’approximation de r_c près de l’horizon est exacte à 2×10^{-5} près pour $v_1 - u_0 = -40M$, et à 4×10^{-6} près pour $-80M$.

23 Résultats

23.1 Vibrations finales d’un rebond noir

Table 23.1. Mode fondamental scalaire ($l = 2, n = 0$) d’un rebond noir de Simpson–Visser : valeurs exactes dans le domaine fréquentiel (`16_qnm_frequency.py`), comparées à la loi eikonale et aux ajustements temporels (biaisés). [NUMÉRIQUE](#)

ℓ/M	$M\omega$ (exact)	$\delta\omega_R/\omega_R$	$\delta\omega_I/\omega_I$: exact / loi / ajustement
0	$0,483644 - 0,096759i$	–	–
0,5	$0,483619 - 0,095397i$	–0,005%	–1,407% / –1,399% / –1,48%
1,0	$0,483476 - 0,091199i$	–0,035%	–5,746% / –5,719% / –6,04%
1,5	$0,482940 - 0,083776i$	–0,146%	–13,418% / –13,397% / –14,0%

Pour $l = 1$, les décalages exacts de ω_I valent –1,433%, –5,834% et –13,521%, à 0,13 point au plus de la loi eikonale, qui est une approximation de grand l .

Le rebond noir « sonne » à la même fréquence que Schwarzschild, mais plus longtemps ([tableau 23.1](#), [figure 23.1a](#)). C’est la loi eikonale publiée pour la famille de Simpson–Visser [11], que nos valeurs exactes confirment. Pour un champ scalaire test, l’écart à Schwarzschild croît comme $\ell^2/18M^2$ pour les petites gorges. Une gorge planckienne dans un trou noir astrophysique est donc invisible. Seule une gorge de taille comparable à l’horizon laisserait une trace, de l’ordre de 10 %, sur l’amortissement. Les perturbations *gravitationnelles*, seules observables par

les détecteurs d'ondes gravitationnelles, dépendent de la source et ne sont pas calculées ici ([hypothèse H7](#)).

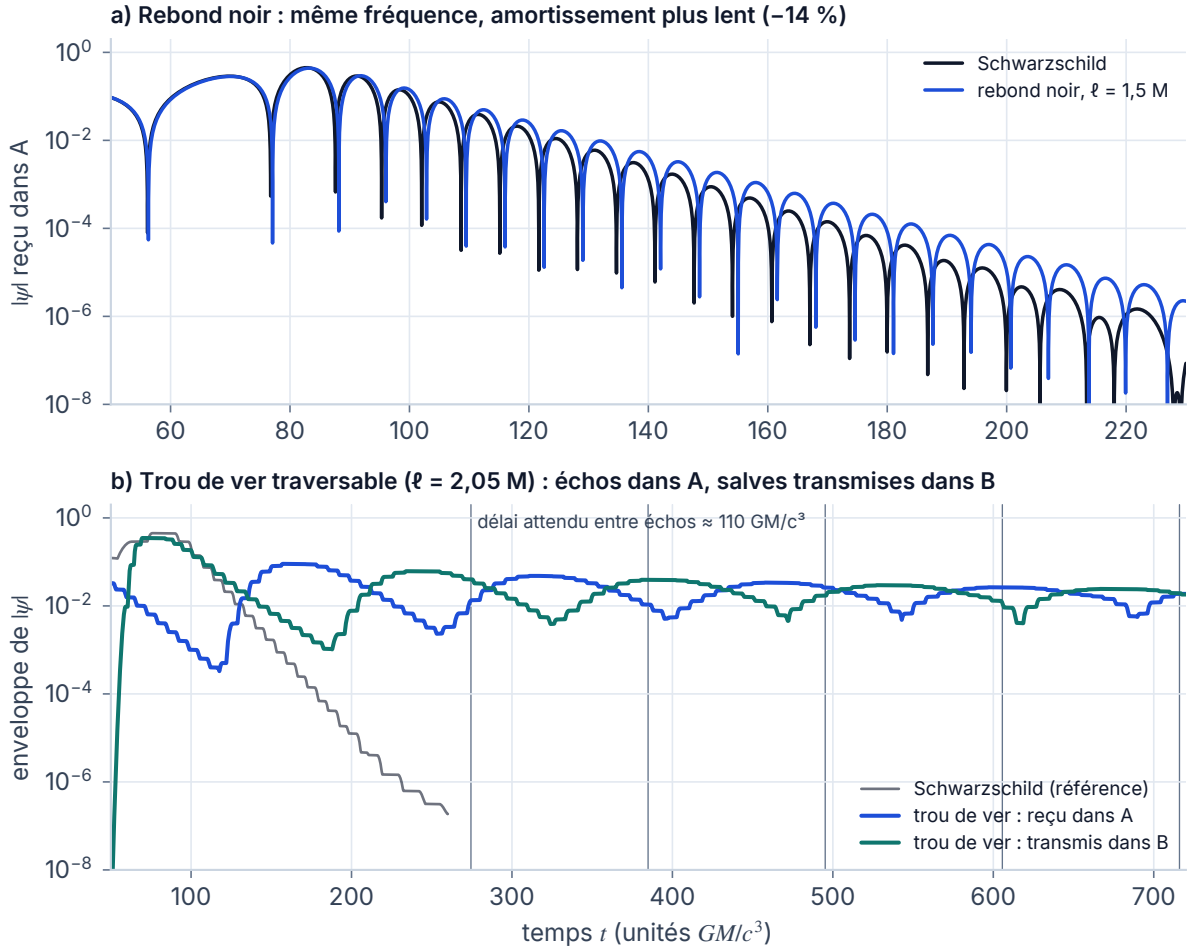


Figure 23.1. NUMÉRIQUE Champ scalaire test ($l = 2$), impulsion gaussienne envoyée depuis l'univers A. (a) Rebond noir ($\ell = 1,5M$) et Schwarzschild : même fréquence, amortissement réduit d'environ 14 %. (b) Trou de ver traversable ($\ell = 2,05M$, deux sphères de photons) : enveloppes des signaux reçus dans A et transmis dans B. Le signal persiste et oscille entre les deux univers avec la période attendue d'environ $110 GM/c^3$, alors que Schwarzschild s'éteint. Script : `14_echo_figure.py`.

23.2 Échos des trous de ver traversables

Lorsque la gorge est plus large que $2M$ mais plus étroite que $3M$, le potentiel présente deux maxima, un de chaque côté de la gorge, aux sphères de photons $R = 3M$ [10]. Les ondes piégées entre ces deux maxima produisent des échos, et une partie du signal est transmise dans l'autre univers par salves successives ([figure 23.1b](#)). Le délai entre échos est l'aller-retour en coordonnée tortue entre les deux maxima. Il vaut $110M$, $41M$ et $24M$ pour $\ell = 2,05$, $2,3$ et $2,6M$. Il diverge quand $\ell \rightarrow 2M^+$, c'est-à-dire quand le trou de ver approche du rebond noir. Aucune recherche d'échos dans les catalogues d'ondes gravitationnelles n'a produit de

détection significative [172-174]. Les indices revendiqués en 2017 [175] n'ont pas résisté aux réanalyses [176, 177].

23.3 Ce qui traverse un rebond noir éternel

Un Trou Vert de type A est-il un simple tuyau ? Pour un champ scalaire test, la traversée d'un rebond noir éternel se décompose en trois étapes (figure 23.2, tableau 23.2) :

1. *la barrière de A* (facteur de corps gris $|T|^2$) : les basses fréquences sont réfléchies, d'autant plus que l est grand ;
2. *la région dynamique*, où r est une coordonnée de temps. L'onde $T e^{-i\omega v}$ y entre ; elle en sort sous la forme $T(a e^{-i\omega v} + b e^{-i\omega(t-r_*)})$. La partie a continue vers l'univers B. La partie b part vers l'autre univers de sortie de la chaîne (B', en haut à droite de la figure 9.2) ;
3. *la barrière de B*, de même facteur $|T|^2$ par symétrie.

La quantité conservée est le flux de Killing : $|a|^2 - |b|^2 = 1$, vérifié à 5×10^{-9} près. Dans B', le champ de Killing ∂_t est dirigé vers le passé. Les énergies mesurées par des observateurs statiques orientés vers le futur valent alors $\propto |T|^4 |a|^2$ dans B et $\propto |T|^4 |b|^2$ dans B'. Leur somme peut dépasser l'énergie entrée.

Table 23.2. Transfert d'une onde scalaire à travers un rebond noir éternel. E_B et $E_{B'}$ sont les énergies émergentes, rapportées à l'énergie incidente. NUMÉRIQUE

ℓ/M	l	$M\omega$	$ T ^2$	$ b ^2$	E_B	$E_{B'}$
0,5	0	0,21	0,932	1,36	2,05	1,18
0,5	0	0,61	1,000	2,30	3,30	2,30
0,5	2	0,41	0,064	$1,4 \times 10^{-3}$	$4,1 \times 10^{-3}$	$5,9 \times 10^{-6}$
0,5	2	0,61	0,979	$1,4 \times 10^{-3}$	0,959	$1,4 \times 10^{-3}$
1,5	0	0,21	0,961	0,111	1,03	0,103
1,5	0	0,61	1,000	$3,2 \times 10^{-3}$	1,003	$3,2 \times 10^{-3}$
1,5	2	0,61	0,988	$9,9 \times 10^{-8}$	0,975	$9,7 \times 10^{-8}$

Quatre conclusions s'en dégagent.

- *Filtrage* NUMÉRIQUE : le Trou Vert réémet préférentiellement les hautes fréquences ($M\omega \gtrsim 0,5$ pour $l = 2$). Il agit comme un filtre passe-haut de fréquence de coupure $\approx (l + \frac{1}{2}) / (3\sqrt{3} GM/c^3)$.
- *Mélange* NUMÉRIQUE : la quantité conservée est l'énergie de Killing. La région B' reçoit une énergie de Killing *négative*, et les énergies locales mesurées dans des régions asymptotiques disjointes, d'orientations de Killing opposées, n'ont pas à s'additionner. Les énergies mesurées dans B et B' peuvent donc dépasser, ensemble, l'énergie entrée. Sans calcul de rétroaction, nous ne pouvons pas dire d'où « vient » cet excès. Pour $l = 0$, le mélange provient du changement de signe transitoire de $\omega^2 - V(r_*)$ dans la région dynamique, avec $V(0) = f(0)^2/\ell^2 \approx 36/M^2$ pour $\ell = 0,5M$. Il croît quand la gorge rétrécit : à $M\omega = 0,6$, $|b|^2 = 0,0034; 0,43; 2,30; 4,12$ et $6,01$ pour $\ell/M = 1,5; 1; 0,5; 0,25$ et $0,125$ NUMÉRIQUE. Une gorge planckienne, cas physiquement motivé, est donc le régime de mélange maximal, et celui où l'approximation de champ test est la moins fiable. Pour $\ell = 1,5M$ et $l = 0$, la part

déviée atteint 10 % à basse fréquence ; pour $l = 2$, elle reste inférieure à 3 %. L'analogie quantique est un mélange de Bogoliubov dans l'intérieur de type Kantowski–Sachs. Ce calcul transpose au rebond noir le problème classique de la diffusion dans l'intérieur de Reissner–Nordström [6-9, 178]. À notre connaissance, il n'a pas été publié pour la géométrie de Simpson–Visser. La relation $|a|^2 - |b|^2 = 1$ est l'identité du wronskien : c'est un contrôle de cohérence, pas un résultat.

- **Information** DÉMONTRÉ ICI / NUMÉRIQUE : la transformation est linéaire. Partout où $|T| \neq 0$, elle est inversible fréquence par fréquence. Un signal classique traverse donc le passage filtré et déformé, mais sans perte d'information de principe (section 12).
- **Fréquences** DÉMONTRÉ ICI : dans la limite de l'optique géométrique, il n'y a ni décalage ni retard global de phase (proposition 16.1). Les effets de la tableau 23.2 sont purement ondulatoires.

Ces résultats reposent sur une géométrie éternelle, et la région B' n'a pas nécessairement d'équivalent dans un effondrement réel. Ils n'en illustrent pas moins un point important : un passage dynamique n'est pas un conduit passif. Il filtre ce qui le traverse et le répartit entre plusieurs sorties.

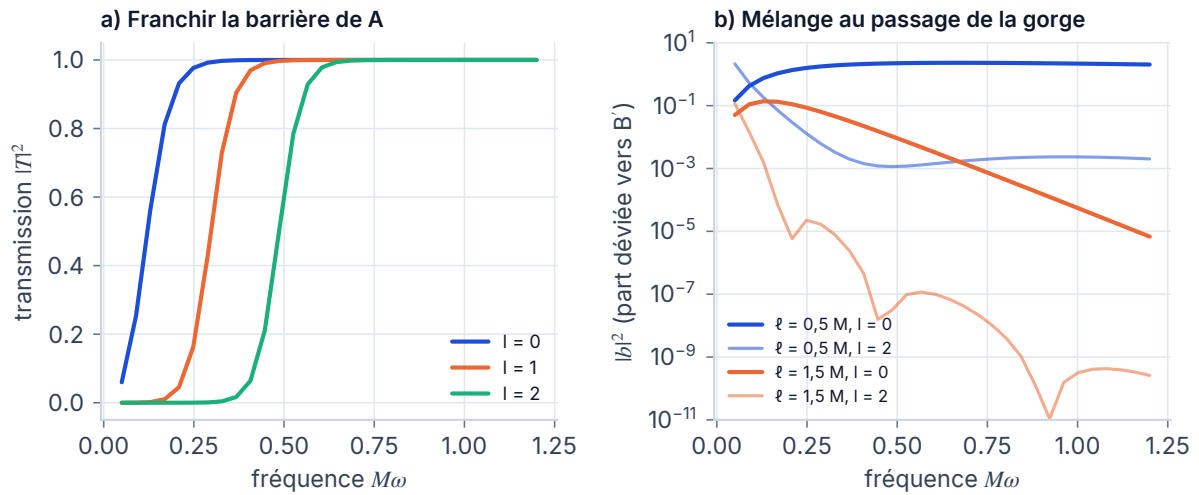


Figure 23.2. NUMÉRIQUE (a) Facteurs de corps gris de la barrière de l'univers A ($\ell = 0,5M, l = 0, 1, 2$). (b) Amplitude $|b|^2$ de la partie déviée vers l'univers B' dans la région dynamique, pour $\ell = 0,5M$ et $1,5M$; la quantité conservée est $|a|^2 - |b|^2 = 1$. Script : 08_waves.py.

23.4 Ombre

Pour toute la famille de Simpson–Visser, la sphère de photons se trouve à $R = 3M$ tant que $\ell < 3M$, et le paramètre d'impact critique vaut exactement $3\sqrt{3}M$. Cela recouvre toutes les géométries de Simpson–Visser de gorge $\ell < 3M$: les rebonds noirs et les trous de ver de gorge $2M < \ell < 3M$. Leur ombre est *identique* à celle de Schwarzschild (figure 23.3), comme l'a relevé l'analyse des tests de l'Event Horizon Telescope [10]. Les contraintes publiées sur Sgr A* [179] sont $\delta = -0,08 \pm 0,09$ (a priori VLTI) et $-0,04^{+0,09}_{-0,10}$ (a priori Keck). Elles n'excluent à 1σ que des trous de ver de gorge $\ell \gtrsim 3,3M$ et $\ell \gtrsim 3,7M$ respectivement, et ne disent rien des rebonds

noirs NUMÉRIQUE .

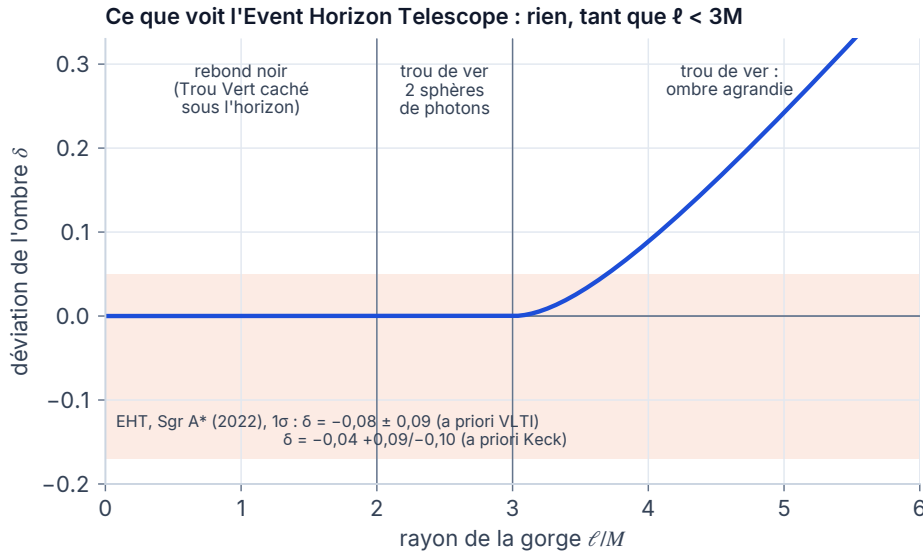


Figure 23.3. NUMÉRIQUE Déviation fractionnaire du diamètre de l’ombre en fonction du rayon de gorge (famille de Simpson–Visser). La bande représente les contraintes de l’EHT sur Sgr A* à 1σ [179]. Script : 07_shadow.py.

23.5 Synthèse quantitative

- Coût d’une gorge : échelle $c^4/(8\pi G\ell^2)$, soit $5,5 \times 10^{35}$ Pa pour $\ell = r_s(M_\odot)$; déficit ANEC $-E/8\ell$ par géodésique pour le profil $\sqrt{r^2 + \ell^2}$.
- Fenêtre de la phase blanche (modèle-jouet, horizon passé classique exposé) : $\Delta t_{\max} \approx 3$ ms ($M_\odot$), 4 h (Sgr A*), neuf mois (M87*).
- Traversée pour la matière : $\approx \frac{8}{3}GM/c^3$ de temps propre ; délai vu de loin entre $\propto M$ et $\propto M^3$ selon le mécanisme.
- Observables : ombre insensible si $\ell < 3M$; amortissement réduit de $\sim \ell^2/18M^2$ (loi eikonale) ; échos seulement pour des trous de ver traversables.

24 Incertitudes

Préfacteurs des délais. Le coefficient k du temps de tunnel n’est fixé qu’à un ordre de grandeur près ($k \approx 0,05\text{--}0,06$ [47, 118]). Les estimations par mousses de spin restent préliminaires [140, 141]. Varier k_2 sur un facteur 20 déplace la masse « qui explose aujourd’hui » d’un facteur $\sqrt{20} \approx 4,5$ (figure 17.2).

Paramètre de Barbero–Immirzi. α, ρ_c et $M_{\min}$ dépendent de γ^3 . La valeur $\gamma \approx 0,2375$ repose sur le comptage de l’entropie des trous noirs en gravité quantique à boucles. Elle ne modifie aucune conclusion qualitative.

Évaporation. La formule de corps noir naïve (aire de l’horizon, sans facteurs de corps gris) donne une masse s’évaporant aujourd’hui de $1,7 \times 10^{11}$ kg. Le calcul réaliste, qui inclut plusieurs espèces et les facteurs de corps gris, donne $\approx 5 \times 10^{11}$ kg (5×10^{14} g) [156, 180]. Nous utilisons la première uniquement pour des ordres de grandeur.

Choix de δm . $\Delta t_{\max}$ ne dépend de δm que logarithmiquement : entre un photon du fond diffus et un gramme, le résultat varie d’un facteur 2. L’illustration « un photon » n’a qu’une valeur d’ordre de grandeur : le modèle suppose des coquilles sphériques, et le croisement au seuil a lieu à des énergies trans-planckiennes.

Modes. Les ajustements temporels ont une erreur absolue de 0,6% sur ω_R et de 2,6% sur ω_I , et un biais de 0,1 à 0,6 point sur les décalages. Les valeurs du [tableau 23.1](#) proviennent donc du calcul fréquentiel, précis à $\sim 10^{-6}$.

Dépendance au modèle. Le profil $\mu(r)$ n’affecte pas les résultats exacts ([propositions 15.2](#) et [16.1](#)). Il affecte les régimes ([figure 16.1](#)), la NEC tangentielle et le transfert ondulatoire. Les résultats ondulatoires valent pour un champ scalaire test seulement.

Ce qui n’est pas quantifié. La source microscopique, la rétroaction, l’inflation de masse, la rotation et les perturbations gravitationnelles sont **OUVERT**.

25 Comparaison avec les solutions existantes

Le GHM n’est pas une avancée sur le plan des fondements : sa source n’est pas meilleure que celle de Simpson–Visser, dont il est une généralisation à masses asymétriques. Son intérêt est d’être un *banc d’essai* explicite. Il porte les trois régimes, permet des énoncés exacts sur le coût énergétique et le transfert, et rend calculables les observables qui distinguent un Trou Vert d’un trou noir.

Cinquième partie

Testabilité

26 Signatures astrophysiques possibles

Une hypothèse qui ne prédit rien d’observable n’est pas scientifique. Les signatures d’un Trou Vert dépendent fortement de l’architecture. Une contrainte commune domine : l’intérieur d’un trou noir est causalement inaccessible tant que la géométrie y reste classique. Seuls deux types d’effets sont observables : (i) ceux qui modifient l’*extérieur* ; (ii) ceux qui *ressortent* dans notre région.

26.1 Modèle B : une réémission dans notre univers

C’est le seul modèle qui prédit, en principe, un signal venant de l’objet lui-même. Si le délai suit $\tau \propto M^2$, les trous noirs astrophysiques ne sont pas encore « devenus verts » : leur délai

Table 25.1. Comparaison des géométries établies, des modèles publiés et du modèle GHTM. « Type » renvoie à la [définition 7.1](#). EC : conditions d'énergie.

Géométrie	Type	Source / EC	Singularité	Stabilité	Statut
Schwarzschild [13]	–	vide	oui ($r = 0$)	extérieur stable	ÉTABLI
Trou blanc (Kruskal IV)	(passé)	vide	passée	instable [31, 115]	ÉTABLI
Pont d'Einstein–Rosen	–	vide	oui	non traversable [22]	ÉTABLI
Trou de ver de Morris–Thorne [38]	–	NEC violée	non	instable si source fantôme [110]	PUBLIÉ
Trou noir régulier (Hayward) [73]	non	WEC ok, SEC violée	non	inflation de masse débattue	PUBLIÉ
Rebond noir (Simpson–Visser) [53]	A	NEC violée (fantôme + électrodynamique non linéaire [4])	non	champs tests stables; Cauchy	PUBLIÉ
Haggard–Rovelli [47]	B	vide sauf $\mathcal{Q}$	non (hors $\mathcal{Q}$)	phase blanche courte requise [48]	PUBLIÉ
Han–Rovelli–Soltani [58]	B	vide sauf $\mathcal{Q}$	non	idem	PUBLIÉ
OS quantique (LMYZ) [57]	A	NEC ok à l'extérieur; effective à l'intérieur	non	horizon de Cauchy probablement instable	PUBLIÉ
Effondrement LQG avec choc [55]	B (choc)	effective	non	pas d'inflation de masse	PUBLIÉ
Bueno et al. [61, 124] ($D \geq 5$)	A	gravité modifiée (action)	non	à étudier	PUBLIÉ
Frolov–Markov–Mukhanov [35]	C	couche de transition	non	à étudier	PUBLIÉ
Palatini $f(R)$ [134]	C	gravité modifiée	non	gorge cachée	PUBLIÉ
GHTM (ce travail)	A	NEC violée en tout point; déficit ANEC $-E/8\ell$ (profil)	non	tests stables; phase blanche courte; Cauchy	DÉMONTRÉ ICI NUMÉRIQUE

dépasse l'âge de l'Univers de dizaines d'ordres de grandeur ([tableau 17.1](#)). Seuls d'hypothétiques trous noirs primordiaux de masse $\sim 10^{23}$ kg réémettraient aujourd'hui [[118](#)]. La phénoménologie publiée distingue alors deux composantes [[118](#), [146](#)] :

- une composante de basse énergie, de longueur d'onde de l'ordre de la taille du trou, $\lambda \gtrsim 0,02$ cm ;
- une composante de haute énergie liée à la matière d'origine.

Si la transition n'a lieu qu'en fin d'évaporation ($\tau \propto M^3$), le signal se confond avec celui de l'explosion finale d'un trou noir primordial. Il laisse en plus un reste de masse planckienne [[52](#)].

Ces deux scénarios lents sont ceux que vise l'instabilité de la phase blanche ([section 18.2](#)). Ils n'y échappent que si les croisements de matière ont lieu dans la région non classique $\mathcal{Q}$, ce qui est débattu. Le scénario rapide ($\tau \sim M$), robuste face à cette instabilité, est exclu pour les trous noirs astrophysiques, observés depuis des années. C'est le dilemme du [section 17.3](#) : la signature propre du Modèle B dépend de son point le plus fragile.

26.2 Modèle A : l'entrée ressemble à un trou noir

Du côté de l'entrée, un Trou Vert de type A est un trou noir tant que la gorge est petite devant l'horizon. Trois signatures dépendent de ℓ/M ([section 23](#)) :

1. l'amortissement des modes de vibration, réduit d'environ $\ell^2/18M^2$ (loi eikonale, champ scalaire test) ;
2. des échos, seulement dans le régime de trou de ver traversable ;
3. un agrandissement de l'ombre, seulement si $\ell > 3M$.

La sortie a lieu dans une autre région. Si cette région faisait partie de notre propre univers, on observerait des explosions de type « noyau retardé » [[23](#)] sans progéniteur visible. Aucune n'est connue, et la censure topologique exigerait alors une violation de l'ANEC le long d'au moins une géodésique nulle complète [[40](#)].

26.3 Modèle C : rien depuis l'extérieur

Dans toutes les constructions connues, l'univers-enfant est caché derrière un horizon [[34](#), [134](#)]. Vu de l'extérieur, c'est un trou noir ordinaire. Le Modèle C ne serait testable que de l'intérieur : si notre univers était lui-même issu d'un tel processus, il pourrait porter des empreintes de son origine, comme une courbure spatiale, une direction privilégiée ou une rotation héritée. Ces empreintes ne sont pas spécifiques et ne sont pas observées de façon convaincante ([section 34](#)).

27 Observations et données disponibles

27.1 Imagerie à l'échelle de l'horizon

L'EHT a mesuré l'anneau de M87* ($(42 \pm 3) \mu\text{as}$, $M = (6,5 \pm 0,7) \times 10^9 M_\odot$) [[54](#), [181](#)] et celui de Sgr A* ($(51,8 \pm 2,3) \mu\text{as}$, ombre $(48,7 \pm 7,0) \mu\text{as}$) [[56](#), [179](#)]. Les observations ultérieures

confirment la stabilité de l’anneau de M87* d’année en année [182, 183]. Elles ont aussi mesuré la polarisation de Sgr A* [184, 185]. Ces résultats sont compatibles avec Kerr. Ils sont aussi, par construction, insensibles à toute géométrie de Simpson–Visser de gorge $\ell < 3M$, rebonds noirs compris (figure 23.3, [10]). L’image de la base du jet de M87* à 3,5 mm montre un anneau d’accrétion relié au jet, de diamètre $\approx 8,4 R_s$ [92]. Les jets se forment à l’extérieur de l’horizon [90, 91].

27.2 Ondes gravitationnelles

Les catalogues de LIGO–Virgo–KAGRA comptaient 218 candidats avec GWTC-4.0 [65]. Les tests de la relativité générale n’y montrent aucune déviation, et les recherches d’échos sont restées négatives [172–174]. Le théorème des aires de Hawking a été testé avec GW150914 (probabilité d’environ 97 %) [186]. Il l’a été ensuite avec GW250114, à $4,4\sigma$ [66]. Les horizons observés sont donc compatibles avec le théorème des aires pendant et après la fusion. Cela contraint toute transition qui se produirait sur l’échelle de temps des fusions ; cela ne contraint pas une transition retardée ou interne.

27.3 Trous noirs primordiaux et explosions

Un trou noir primordial de masse $M_* \approx 5 \times 10^{14}$ g achèverait son évaporation aujourd’hui [156, 180]. Aucune explosion n’a été détectée. Les limites sur le taux d’explosions locales sont de l’ordre de 10^3 à $7 \times 10^3 \text{ pc}^{-3} \text{ an}^{-1}$ selon l’instrument [187–189]. Les contraintes sur l’abondance des trous noirs primordiaux couvrent l’essentiel du spectre de masses [180, 190].

27.4 Sursauts radio rapides et sursauts gamma

L’hypothèse selon laquelle des sursauts radio rapides proviendraient de trous blancs [118] prédisait des longueurs d’onde $\lambda \gtrsim 0,02 \text{ cm}$. Les auteurs relevaient eux-mêmes l’écart de trois ordres de grandeur avec les sursauts observés ($\sim 20 \text{ cm}$). Plusieurs observations ont depuis affaibli l’idée : des sursauts répétitifs [191], puis l’association d’un sursaut à un magnétar galactique [192, 193]. Une analyse récente conclut qu’une contribution *dominante* des trous blancs est fortement défavorisée, une contribution sous-dominante restant possible [120]. L’interprétation de sursauts gamma sans supernova comme trous blancs [117] n’est pas retenue. Le cas emblématique GRB 060614 admet une interprétation par fusion compacte avec une possible macronova [119, 194].

28 Distinction des modèles concurrents

Le tableau 28.1 montre l’essentiel : seul le Modèle B possède une signature *propre*, l’explosion retardée. Les signatures du Modèle A sont communes aux objets compacts exotiques. Le Modèle C n’en a pas depuis l’extérieur.

Table 28.1. Signatures attendues selon le modèle. ✓ : signature caractéristique; ~ : effet possible, dépendant des paramètres; – : pas d’effet attendu.

Observable	Trou noir de Kerr	Trou noir régulier	Rebond noir / GHTM (A)	Transition noir→blanc (B)	Objet compact exotique	Univers-enfant (C)
Ombre (taille)	réf.	~	– si $\ell < 3M$	–	~	–
Amortissement des modes	réf.	~	~ ($\ell^2/18M^2$)	–	~	–
Échos	–	–	✓ si trou de ver	–	✓	–
Explosions retardées (TN primordiaux)	–	–	–	✓	–	–
Restes / matière noire	–	~	–	✓	–	–
Théorème des aires (fusions)	✓	✓	✓	✓	~	✓
Signal depuis l’intérieur	–	–	– (sortie ailleurs)	✓ (même univers)	–	–

29 Prédictions falsifiables

Nous formulons les prédictions sous forme conditionnelle. Chacune peut réfuter une version précise du Trou Vert.

- P1 Phase blanche brève.** Si la phase blanche possède un horizon passé classique exposé à de la matière entrante, l’explosion doit suivre l’arrivée de cette matière en moins de $\sim \Delta t_{\max}$ (équation (18.4)). Les scénarios $\tau \propto M^2$ n’y échappent que si les croisements ont lieu dans $\mathcal{Q}$. Une phase blanche classique qui attendrait, exposée à l’accrétion, serait en contradiction avec ce modèle-jouet et avec [31, 48]. **APPROXIMATION**
- P2 Explosions de trous noirs primordiaux (B, $\tau \propto M^2$).** Si une population de trous noirs primordiaux de masse $\sim 10^{23}$ kg existe, ces objets réémettent aujourd’hui en salves à $\lambda \sim 0,02$ cm (composante basse énergie) [118]. Les limites d’abondance et l’absence de telles salves contraignent conjointement k et la fraction de matière noire sous forme de trous noirs primordiaux. **PUBLIÉ**
- P3 Vibrations finales (A).** Une gorge de taille $\ell \sim M$ réduirait l’amortissement d’environ 5 à 15 % (loi eikonale [11], confirmée par le calcul exact pour un champ scalaire test). Une mesure du mode fondamental gravitationnel à quelques pour cent près contraindrait ℓ/M , une fois la réponse gravitationnelle calculée. **NUMÉRIQUE**
- P4 Échos (A, régime traversable).** Un trou de ver de gorge $2M < \ell < 3M$ produit des échos séparés de 24 à 110 M pour $\ell = 2,6$ à $2,05 M$. L’absence d’échos dans les catalogues défavorise ce régime pour les objets observés. **NUMÉRIQUE**
- P5 Ombre (A, $\ell > 3M$).** L’EHT exclut à 1σ les trous de ver de type Simpson–Visser de gorge $\ell \gtrsim 3,3\text{--}3,7 M$ pour Sgr A*. Les futurs réseaux resserreront cette borne. Les géométries de gorge $\ell < 3M$ (rebonds noirs, et trous de ver de gorge $2M < \ell < 3M$) restent hors d’atteinte. **NUMÉRIQUE**
- P6 Absence de « noyaux retardés » (A dans le même univers).** Une sortie dans notre univers produirait des explosions sans progéniteur. Leur absence observée défavorise

cette variante, déjà contrainte par la censure topologique. **CONJECTURE**

P7 Courbure (C, certaines versions). Certaines versions prédisent une courbure spatiale fermée faible, par exemple $-0,07 \pm 0,02 \leq \Omega_k < 0$ [195]. La mesure actuelle, $\Omega_K = 0,0007 \pm 0,0019$ (Planck et BAO [196]), ne tranche pas. **PUBLIÉ**

30 Limites instrumentales

- **Imagerie.** La résolution de l'EHT ($\sim 20 \mu\text{as}$ à $1,3 \text{ mm}$) suffit pour la taille de l'ombre. Les détails internes de l'anneau de photons, plus sensibles à la métrique, exigent des bases plus longues ou spatiales.
- **Ondes gravitationnelles.** La mesure de l'amortissement requiert un rapport signal sur bruit élevé dans la phase de vibration finale. Les événements les plus forts, comme GW250114, ouvrent cette voie. La modélisation des perturbations gravitationnelles d'un rebond noir manque encore.
- **Explosions.** Les détecteurs gamma et radio contraignent un taux d'explosions local. Ils ne permettent pas de distinguer une explosion de trou blanc d'une fin d'évaporation sans modèle spectral détaillé.
- **Principe.** Les délais $\propto M^2$ ou M^3 interdisent toute réémission observable des trous noirs stellaires ou supermassifs; un délai $\propto M$ est exclu pour eux par leur longévité observée. Seuls des objets primordiaux, s'ils existent, pourraient tester le Modèle B. Le Modèle C reste inaccessible de l'extérieur.

Sixième partie

Discussion

31 Objections

Adoptons maintenant le rôle du physicien qui cherche à réfuter l'hypothèse. Voici les objections, de la plus forte à la plus faible.

O1 — L'argument mathématique le plus fort : focalisation et conditions d'énergie

Lorsque le passage s'effectue à travers une hypersurface de transition, sans région intermédiaire non piégée, passer d'une région piégée à une région anti-piégée exige une violation de la condition de convergence nulle. Le long de chaque géodésique nulle radiale qui traverse la transition, l'expansion change de signe, ce que l'équation de Raychaudhuri interdit sous la NCC (énoncé cinématique : [62], préprint; forme intégrée pour la classe (3.5) : proposition 15.2). Il en va de même de tout passage géodésiquement complet dans un espace-temps globalement hyperbolique à surface de Cauchy non compacte (théorème de Penrose). Les passages de type Reissner–Nordström (Porte 2) y échappent au prix d'un

horizon de Cauchy ; les univers à sections compactes comme de Sitter (Porte 3), grâce à une région intermédiaire non piégée. Or les violations quantiques sont bornées. Les inégalités quantiques confinent l'énergie négative à des échelles minuscules [97]. L'ANEC est démontrée en espace plat [98, 99], et sa version achronale auto-cohérente n'a aucune violation connue [100]. Une gorge macroscopique soutenue par des effets quantiques connus est donc exclue. Une gorge planckienne, elle, est inobservable et sort du domaine de validité de toute métrique effective.

O2 — L'instabilité des trous blancs

Une phase blanche qui tarde est capturée et redevient noire [31, 48, 115]. Barceló, Carballo-Rubio et Garay en tirent une règle : un trou noir doit « devenir blanc vite, ou rester noir » [48]. Quantiquement, elle produit des flux divergents ou explose sans délai [32, 116]. Notre modèle à deux coquilles chiffre cette fenêtre à quelques millisecondes pour une masse solaire (section 18.2). Les scénarios dont la phase blanche dure longtemps, comme les restes de durée de vie $\propto m^4$ ou $\propto m^5$, sont directement visés [52, 197] (la seconde référence est une note non arbitrée).

O3 — L'inflation de masse

Les géométries qui passent d'un univers à l'autre derrière un horizon interne héritent de son instabilité. C'est le cas de Reissner–Nordström, des rebonds noirs et de l'Oppenheimer–Snyder quantique [71, 88, 159]. Elle subsiste même sans horizon de Cauchy si l'horizon interne vit longtemps [59].

O4 — La structure globale

Dans les modèles effectifs les plus étudiés, la matière ne ressort pas nécessairement dans la région d'où elle est partie : « l'effondrement ne peut pas avoir lieu dans une seule région asymptotique » [60]. Le Modèle B, le seul qui offre une signature propre, pourrait n'être qu'un artefact de recollement. Dans ce cas, le Trou Vert se trouverait ailleurs et ne serait pas observable.

O5 — Thermodynamique

Un trou noir porte une entropie gigantesque. Réémettre de la matière ordonnée sans que l'entropie ait été évacuée heurterait la seconde loi généralisée.

O6 — Absence d'observations

Aucun trou blanc n'a été vu. Les candidats proposés (sursauts radio rapides, sursauts gamma sans supernova) ont reçu des explications conventionnelles ou sont défavorisés [119, 120]. Les horizons observés dans les fusions obéissent au théorème des aires [66].

O7 — Le risque d'infalsifiabilité

Les modèles comportent des paramètres libres : délai, préfacteur k , rayon de gorge, profil de masse. Ils peuvent s'ajuster à presque toute absence de signal.

32 Contre-arguments

Reprenons maintenant le rôle du physicien qui construit, objection par objection.

- À O1.** Les théorèmes sur l'ANEC concernent des théories quantiques des champs sur fond fixe, essentiellement plat. Le régime visé est celui où la géométrie elle-même est quantique : c'est l'option (d) de Penrose. La violation requise par le Modèle B est *localisée* (densité $\gtrsim \rho_c/2$) et *bornée* (courbure planckienne). Ce n'est pas une matière exotique macroscopique. Plusieurs approches indépendantes produisent effectivement de tels rebonds : gravité quantique à boucles effective [57] ; gravité modifiée dérivée d'une action, en dimension $D \geq 5$ [61, 124] (en 4D, [125] établit la formation de trous noirs réguliers, la ré-émergence restant à vérifier) ; effets semiclassiques ([144], préprint). L'objection O1 vise le Modèle A macroscopique, pas un Modèle B planckien. Elle n'est pas pour autant levée : elle est *déplacée* vers une physique inconnue.
- À O2.** Barceló, Carballo-Rubio et Garay concluent que les transitions de longue durée caractéristique sont pathologiquement instables, et que seules les transitions rapides ($\tau \sim M$) sont robustes [48]. Le régime « noir longtemps, blanc brièvement » de Haggard et Rovelli [47] n'échappe à cette objection que si les croisements de coquilles ont lieu dans la région non classique $\mathcal{Q}$; ce point est débattu. Or une transition rapide est exclue pour les trous noirs astrophysiques, observés depuis des années : c'est le dilemme du [section 17.3](#). L'objection O2 n'est donc pas levée pour le Modèle B ; elle en devient la question centrale. Pour les restes planckiens, l'argument de stabilisation par le gap d'aire de la gravité quantique à boucles [154] reste une hypothèse.
- À O3.** Des configurations à horizon interne extrême, ou à croissance apprivoisée, ont été construites [160-163]. Les modèles effectifs avec choc ne présentent pas d'inflation de masse [55]. Le débat est ouvert.
- À O4.** C'est l'objection la plus sérieuse pour la testabilité. Elle n'invalidé pas le Trou Vert, mais elle déplace sa sortie vers le type A. La structure globale dépend de choix encore débattus dans la construction des modèles effectifs covariants [131, 132, 198, 199].
- À O5.** Dans les scénarios de fin d'évaporation, l'entropie est d'abord évacuée par le rayonnement de Hawking. Le trou blanc final est un objet de faible masse et de grand volume intérieur [52]. La question rejoint le paradoxe de l'information, non résolu.
- À O6.** Si le délai est lent ($\propto M^2$ ou M^3), l'absence d'observation est attendue pour les objets astrophysiques, dont les délais dépassent alors l'âge de l'Univers ([tableau 17.1](#)) ; elle ne contraint vraiment que les populations primordiales. Mais ce sont précisément les scénarios lents que vise l'objection O2. Un délai rapide ($\tau \sim M$) est, lui, exclu pour les trous noirs astrophysiques par leur longévité observée.

À 07. L'objection est juste. La réponse consiste à fixer les paramètres à partir d'une théorie (section 37) et à formuler des prédictions conditionnelles (section 29).

33 Limites du modèle

Le modèle GHTM est statique et éternel. Il est à symétrie sphérique et soutenu par un tenseur énergie-impulsion obtenu par ingénierie métrique. Il possède des horizons de Cauchy. Sa violation de la NEC n'est pas confinée : bornée en amplitude, elle s'étend à tout l'espace-temps avec une queue en ℓ^2/R^4 , de sorte que l'hypothèse H1 n'est satisfaite qu'à $O(\ell^2/R^2)$ près (section 15). Ses résultats ondulatoires valent pour des champs tests scalaires. Il ne décrit ni la formation, ni la fin, ni la rétroaction quantique. Ces limites sont celles d'un *banc d'essai*, pas d'une théorie. Les énoncés exacts (propositions 15.2 et 16.1) valent toutefois pour toute la classe (3.5), indépendamment du profil de masse ; seule la valeur $-E/8\ell$ est propre au profil $R = \sqrt{r^2 + \ell^2}$.

34 Conséquences cosmologiques possibles

34.1 Notre univers est-il un Trou Vert ?

L'idée revient régulièrement [39, 57, 135, 136, 200]. Elle mérite une analyse sobre. Un argument souvent avancé est numérique : le rayon de Schwarzschild de la masse contenue dans la sphère de Hubble serait égal au rayon de Hubble. C'est exact, mais c'est une *identité DÉMONTRÉ ICI*. Pour un univers à la densité critique $\rho_{\text{crit}} = 3H^2/8\pi G$, la masse contenue dans la sphère de rayon c/H vaut $M_H = c^3/2GH$. Elle vérifie donc exactement $2GM_H/c^2 = c/H$. L'égalité découle de l'équation de Friedmann et n'apporte aucune information sur la nature du Big Bang. Dans le langage de la section 4, elle dit seulement que la sphère de Hubble est marginalement anti-piégée ($2m = R$) : dans un univers en expansion, les sphères de rayon supérieur à c/H sont anti-piégées. Le raisonnement qui y voit une preuve est circulaire.

Pour que le Big Bang soit un Trou Vert au sens de la définition 7.1, il faudrait trois choses : (i) une région piégée dans notre passé causal ; (ii) une transition régulière, Porte 1 ou 3 ; (iii) que notre région soit la région anti-piégée. Les modèles de rebond cosmologique [43, 201-203] réalisent les trois points : leur phase de contraction contient des sphères piégées, de rayon supérieur à $c/|H|$. Au sens de la définition 7.1, un rebond est donc un Trou Vert de type C sans trou noir parent : la région piégée y est l'univers entier en contraction. Les modèles d'univers dans un trou noir [136, 137, 195] ajoutent un élément : la région piégée y est l'intérieur d'un trou noir d'un univers parent. Leurs prédictions spécifiques, comme une courbure fermée faible ou des effets de rotation héritée, ne sont pas confirmées. Les annonces médiatisées récentes, notamment une asymétrie du sens de rotation des galaxies observée par le JWST [204], sont discutées. Les analyses antérieures de ce type ont été critiquées [205-207]. Elles ne constituent pas une preuve.

34.2 Population cosmique

Tous les trous noirs seraient-ils concernés? Dans les modèles effectifs, un seuil de masse sépare les objets avec et sans horizon : $M_{\min} \approx 0,83 m_P$ pour l’Oppenheimer–Snyder quantique ([section 17](#)). Au-delà, la transition dépend du délai $\tau(M)$. Avec $\tau \propto M^2$, seuls des trous noirs primordiaux de masse $\lesssim 10^{23}$ kg auraient déjà réémis. Avec $\tau \propto M^3$, seuls ceux de masse $\lesssim 5 \times 10^{11}$ kg, en fin d’évaporation. Les trous noirs stellaires et supermassifs sont, dans tous ces scénarios, encore « noirs ». Une éventuelle population de restes blancs de masse planckienne a été proposée comme composante de la matière noire [[154](#), [208](#)]. Aucune observation ne la soutient à ce jour.

35 Réponses aux questions directrices

Le cahier des charges de ce projet posait une série de questions précises. Le [tableau 35.1](#) y répond brièvement et renvoie aux sections concernées.

Table 35.1. Réponses synthétiques aux questions qui ont motivé ce travail.

Question	Réponse (et section)
Quelle structure causale permettrait la réapparition ?	Une région anti-piégée dans le futur de la région piégée, atteinte à travers une surface de transition ou une région Q . L'horizon des événements permanent doit être remplacé par des horizons <i>apparents</i> temporaires (B), ou par une chaîne d'univers (A) (sections 7 et 9).
La matière ressort-elle identique ?	Rien ne l'impose. Le bilan d'énergie (11.1) et la structure causale sont robustes ; la composition ne l'est pas. Les champs tests traversent filtrés et mélangés ; l'énergie de Killing est conservée, mais la région B' en reçoit une part négative (sections 11 et 23).
Quel bilan énergétique ?	$M_A - M_B = \int dm$, bilan exact de la masse de Misner-Sharp à travers le passage (11.1), et non énergie d'une région bornée. En Modèle B, la fraction perdue par rayonnement de Hawking avant la transition vaut $\sim \tau/t_{ev}$ (section 11).
Temps local et temps lointain ?	Quelques GM/c^3 de temps propre ($13 \mu s$ pour $M_\odot$), contre un délai extérieur hypothétique $\propto M$ à M^3 (section 17).
Faut-il un trou de ver ?	Non. Le Modèle B est une transformation temporelle du même objet, de topologie triviale. Le Modèle A, lui, a une topologie non triviale (section 9).
La sortie peut-elle être cosmologique ?	Oui (Modèle C), à travers une couche de transition vers de Sitter ou un rebond. Elle est cachée derrière l'horizon (section 34).
Tous les trous noirs ?	Non, pas encore. Un seuil de masse et le délai $\tau(M)$ limitent la réémission actuelle aux hypothétiques trous noirs primordiaux (section 34).
Comment distinguer un Trou Vert ?	Explosions retardées (B), amortissement et échos (A) ; aucun signe extérieur pour C (section 28).
Argument le plus fort contre ?	Focalisation et conditions d'énergie (O1), puis instabilité de la phase blanche (O2), qui place le Modèle B devant un dilemme (sections 17.3 et 31).
Que faut-il abandonner ?	La NEC, ou l'hyperbolicité globale, ou la non-compactité des sections (sections compactes, changement de topologie) : c'est l'une des trois portes (section 4.6). Notre modèle abandonne la NEC, partout mais avec une amplitude bornée.

36 Originalité et antériorité

Nous séparons ici précisément ce qui provient des travaux existants et ce que nous proposons.

Repris de la littérature. L'essentiel relève de travaux existants, que nous reprenons :

- l'idée d'une transition trou noir $\rightarrow$ trou blanc [[23](#), [47](#), [155](#)] et la notion même de région anti-piégée succédant à une région piégée [[41](#), [62](#), [121](#), [122](#)];
- la correspondance entre les hypothèses des théorèmes de singularité et les manières d'y échapper [[1-3](#), [87](#)];
- le rebond noir et ses trois régimes [[53](#)];
- la relation $G_t^t - G_r^r = 2fR''/R$ et son usage pour les gorges [[4](#), [5](#)];

- les modèles effectifs [50, 57, 58, 127];
- les univers-enfants [34, 35];
- l'instabilité des trous blancs, son mécanisme et sa dépendance logarithmique [31, 48, 115];
- la nécessité de violer la convergence nulle [38, 42, 62];
- la diffusion d'ondes dans l'intérieur de Reissner–Nordström, avec deux sorties et une énergie de Killing de signe indéfini [6-9, 178];
- la dégénérescence de l'ombre [10], les modes des rebonds noirs et leur loi eikonale [11, 12].

Proposé ici.

1. Un *nom*, « Trou Vert », pour cette notion standard (définition 7.1), et sa mise en forme en trois architectures A/B/C rattachées aux trois portes. La définition et la correspondance elles-mêmes ne sont pas nouvelles.
2. La famille GHM à masses asymétriques, comme paramétrisation phénoménologique d'une réémission inégale. Des constructions asymétriques de trous de ver existent [30, 107]. Nous ne revendiquons pas l'idée d'asymétrie en elle-même.
3. Des calculs explicites sur cette famille : l'intégrale ANEC du passage, avec sa valeur $-E/8\ell$ propre au profil $\sqrt{r^2 + \ell^2}$ (corollaire immédiat de la relation de Bronnikov), la carte des régimes et les sources effectives. Le transfert radial sans décalage (proposition 16.1) n'est qu'une reformulation de la conservation de l'énergie de Killing.
4. Le calcul ondulatoire du passage par un rebond noir éternel : filtrage, mélange, conservation de l'énergie de Killing. C'est la transposition au rebond noir du problème classique de la diffusion dans l'intérieur de Reissner–Nordström [6-9]; à notre connaissance, elle n'a pas été publiée pour Simpson–Visser. Nous y relevons que le mélange de l'onde $l = 0$ croît quand la gorge rétrécit.
5. La fenêtre $\Delta t_{\max}$ chiffrée par masse, dans un modèle-jouet à deux coquilles. Le mécanisme et sa dépendance logarithmique viennent d'Eardley, de Barrabès–Brady–Poisson et de Barceló et al.; seuls les chiffres par masse et la formulation explicite du dilemme du Modèle B sont proposés ici.
6. Une vérification exacte, dans le domaine fréquentiel, de la loi eikonale publiée pour le mode fondamental scalaire ($\ell/M \leq 1,5$, $l = 1$ et 2), et un ensemble de scripts reproductibles.

Ces apports sont modestes : ce sont des calculs explicites et une mise en forme, pas des résultats de fond. Leur nouveauté repose sur une recherche bibliographique étendue mais non exhaustive, et une première relecture critique a déjà conduit à retirer plusieurs revendications. Un expert du domaine pourrait identifier d'autres antériorités. Le document doit être soumis à ce regard avant toute revendication.

37 Perspectives de recherche

Pour transformer cette exploration en proposition scientifique formelle, il faut :

1. **Une source.** Dériver la transition d'une action : théories à tours de corrections de courbure en quatre dimensions [125, 209], modèles effectifs covariants [198], ou rétroaction semiclassique [144].
2. **La formation.** Remplacer la géométrie éternelle par un effondrement : masse dépendant du temps de type Vaidya [77] ou étoile de poussière, puis transition.
3. **La stabilité.** Calculer l'inflation de masse et la réponse aux perturbations gravitationnelles de la famille GHTM.
4. **Les champs quantiques.** Calculer le tenseur énergie-impulsion renormalisé et le rayonnement de Hawking à travers le passage.
5. **La rotation.** Étendre aux rebonds noirs en rotation [78].
6. **L'observation.** Produire des formes d'onde gravitationnelles et des spectres d'explosion comparables aux données.
7. **La relecture.** Soumettre ce document à des spécialistes avant toute diffusion comme préprint.

38 Conclusion

L'intuition de départ, qu'à l'absorption d'un trou noir réponde une émission, peut-elle devenir une hypothèse scientifique cohérente ? Oui, à condition de la reformuler. Le Trou Vert n'est pas une force inverse ni un trou blanc posé à côté d'un trou noir. C'est une *région anti-piégée qui succède à une région piégée* : une notion standard des transitions trou noir→trou blanc, à laquelle nous donnons un nom. Elle est précise, certaines des hypothèses qui s'en déduisent sont falsifiables, et son prix géométrique est connu.

En relativité générale classique, sous la condition de convergence nulle, l'hyperbolicité globale et une surface de Cauchy non compacte, ce passage est interdit s'il doit être géodésiquement complet : c'est le contenu du théorème de Penrose. Il devient possible dès que l'on relâche l'une de ces trois hypothèses. Dans notre modèle, c'est la condition de convergence nulle : sa violation y est bornée en amplitude, mais pas confinée à une région de transition. Plusieurs approches de la gravité quantique ou modifiée suggèrent une violation de ce type, plus localisée. Le Trou Vert est alors géométriquement cohérent. Sa viabilité physique dépend de questions ouvertes : l'origine de la violation, la stabilité de la phase blanche et des horizons internes, la structure globale. Pour le Modèle B, ces questions se nouent en un dilemme : une transition rapide est exclue par la longévité des trous noirs observés, et une transition lente doit échapper à l'instabilité des trous blancs. Le [tableau 38.1](#) résume l'état des connaissances.

L'espace-temps possède-t-il des passages que nous ne comprenons pas encore ? Les mathématiques en autorisent, et la physique connue en fixe le prix. Seule une théorie quantique de la gravité, ou une observation, pourra dire si la nature le paie.

Table 38.1. Bilan final.

Catégorie	Contenu
Ce que les connaissances actuelles permettent	Trous noirs astrophysiques établis ; intérieur classiquement singulier ; trous blancs solutions mathématiques instables ; pas de passage classique géodésiquement complet sous la NEC, l'hyperbolicité globale et une surface de Cauchy non compacte (théorème de Penrose) ; censure topologique ; pont d'Einstein–Rosen non traversable.
Ce que les modèles publiés suggèrent	Rebonds et transitions noir→blanc possibles avec des effets quantiques ou une gravité modifiée ; délais vus de loin de $\propto M$ à $\propto M^3$, les délais longs étant exposés à l'instabilité des trous blancs ; structure globale (même univers ou autre) débattue ; univers-enfants cachés derrière l'horizon.
Ce qui demeure spéculatif	L'existence même du Trou Vert ; la physique de la transition ; l'idée que notre Big Bang en soit un ; l'origine des sursauts radio ou gamma ; les restes comme matière noire.
Ce que le modèle GHTM ajoute	Un nom et une typologie pour une notion standard ; une famille explicite à masses asymétriques et trois régimes ; des calculs explicites (intégrale ANEC $-E/8\ell$ pour le profil $\sqrt{r^2 + \ell^2}$; transfert sans décalage, corollaire de la conservation de l'énergie de Killing) ; la diffusion d'ondes tests à travers le rebond noir, analogue de l'intérieur de Reissner–Nordström ; la fenêtre $\Delta t_{\max}$ chiffrée par masse et le dilemme du Modèle B.
Ce que nous pouvons calculer	Géométrie, courbures, énergie effective, structure causale, trajectoires, champs tests, ombre, amortissement, échos, fenêtre de la phase blanche, échelles de temps.
Ce qui reste à démontrer	Une source issue d'une action ; la formation dynamique ; qu'une transition lente échappe à l'instabilité des trous blancs ; la stabilité (inflation de masse, perturbations gravitationnelles) ; le traitement quantique ; la rotation.
Observations nécessaires	Spectroscopie des vibrations finales à quelques pour cent ; recherche d'échos ; explosions de trous noirs primordiaux ; imagerie à plus haute résolution ; contraintes sur les restes.

Annexes

A Conventions et unités

- **Signature et unités.** Signature $(-, +, +, +)$. Unités géométriques $G = c = 1$, sauf dans les formules explicitement écrites en SI. Une masse M définit une longueur GM/c^2 , un temps GM/c^3 et une échelle de densité d'énergie $c^4/(GL^2)$ pour une longueur L .
- **Courbure.** $R^a_{bcd} = \partial_c \Gamma^a_{db} - \partial_d \Gamma^a_{cb} + \Gamma^a_{ce} \Gamma^e_{db} - \Gamma^a_{de} \Gamma^e_{cb}$, $R_{bd} = R^a_{bad}$, $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$. Avec ces conventions, Schwarzschild a un tenseur de Ricci nul et Reissner–Nordström une densité positive.
- **Fluide anisotrope.** En région statique, $T^\mu_\nu = \text{diag}(-\rho, p_r, p_t, p_t)$. En région dynamique, t et r échangent leur rôle.
- **Expansions.** $\theta_\pm$ sont les expansions des congruences nulles futures orthogonales aux sphères; $\theta_\pm \propto \partial_\pm R$.
- **Symboles.** R : rayon aréolaire; ℓ : rayon de gorge; $\mu(r)$: fonction de masse; m : masse de Misner–Sharp; r_* : coordonnée tortue; v, u : temps avancé et retardé; $\mathcal{Q}$: région de transition non classique; Σ_T : hypersurface de transition.

Table A.1. Conversions utiles.

Quantité	Expression	Valeur pour $1 M_\odot$
Longueur gravitationnelle	GM/c^2	1,477 km
Temps gravitationnel	GM/c^3	4,926 μs
Rayon de Schwarzschild	$2GM/c^2$	2,953 km
Température de Hawking	$\hbar c^3 / (8\pi G M k_B)$	$6,17 \times 10^{-8}$ K
Masse de Planck	$\sqrt{\hbar c / G}$	$2,18 \times 10^{-8}$ kg
Densité de Planck	$c^5 / (\hbar G^2)$	$5,16 \times 10^{96}$ kg m $^{-3}$

B Démonstrations et dérivations

B.1 Tenseur d'Einstein de la classe (3.5)

On écrit $g = g_{(2)} + R^2 d\Omega^2$ avec $g_{(2)} = -fdt^2 + f^{-1}dr^2$. Le calcul direct des symboles de Christoffel, puis de $R_{\mu\nu}$ et de G^μ_ν , conduit à (14.1)–(14.3). Le calcul est automatisé dans `tensors.py`, et le résultat est comparé terme à terme aux formes fermées (`01_symbolic_checks.py`, bloc [2]).

B.2 Contraction radiale et intégrale ANEC

Pour $k = (E/f, \pm E, 0, 0)$, on vérifie $g_{\mu\nu} k^\mu k^\nu = 0$ et que k est géodésique. Ensuite $R_{\mu\nu} k^\mu k^\nu = -2E^2 R''/R$, contrôlé symboliquement. Avec $d\lambda = dr/E$ et une intégration par parties (le

terme de bord R'/R s'annule aux deux infinis), $\int T_{\mu\nu} k^\mu k^\nu d\lambda = -(E/4\pi) \int (R'/R)^2 dr$. Pour $R = \sqrt{r^2 + \ell^2}$, l'intégrale $\int_{-\infty}^{\infty} r^2 (r^2 + \ell^2)^{-2} dr = \pi/(2\ell)$ donne $\int R_{\mu\nu} k^\mu k^\nu d\lambda = -\pi E/\ell$. Comme $R_{\mu\nu} k^\mu k^\nu = 8\pi T_{\mu\nu} k^\mu k^\nu$ pour k nul, on obtient (15.3). La valeur dépend du profil : pour $R = (r^4 + \ell^4)^{1/4}$, de même rayon de gorge, on trouve $-(3\sqrt{2}/32) E/\ell \approx -0,1326 E/\ell$ (fonctions bêta ; vérifié numériquement).

B.3 Masse de Misner–Sharp

Avec $m = \frac{R}{2}(1 - fR'^2)$, on a $m' = \frac{R'}{2}(1 - fR'^2) - \frac{R}{2}(f'R'^2 + 2fR'R'')$. On le compare à $4\pi R^2 R' \rho$ avec $\rho = -G^t_t/8\pi$ donné par (14.1) : les deux expressions coïncident identiquement. Sur toute sphère d'aire extrémale, $2m = R$: c'est une identité de définition, valable quelle que soit la matière. Pour la famille GHTM, $R'(0) = 0$ donne ainsi $m(0) = \ell/2$, sans contenu physique supplémentaire.

B.4 Poussière effective et raccordement

On pose $\rho(\tau) = \rho_c/(1 + 6\pi\rho_c\tau^2)$ et $H = -\dot{\rho}/(3\rho)$, puisque $\rho \propto a^{-3}$. On obtient $H^2 = \frac{8\pi}{3}\rho(1 - \rho/\rho_c)$ et $\dot{H} = -4\pi\rho(1 - 2\rho/\rho_c)$. La surface $R^3 = 3M/(4\pi\rho)$ vérifie $\dot{R}^2 = 2M/R - \frac{3M^2}{2\pi\rho_c R^4}$. Pour une géodésique radiale d'énergie $E = 1$ de l'extérieur $f = 1 - 2M/r + \alpha M^2/r^4$, on a $\dot{R}^2 = 1 - f$. Les deux coïncident si et seulement si $\alpha = 3/(2\pi\rho_c)$. Le minimum de f est atteint en $R_m^3 = 2\alpha M$, où $f(R_m) = 1 - 3M/(2R_m)$. Des horizons existent donc si et seulement si $M^2 \geq 16\alpha/27$. Au rebond, $R_b^3 = \alpha M/2$ et $f(R_b) = 1$.

B.5 Croisement de coquilles nulles (relation DTR)

En coordonnées doubles nulles, $ds^2 = -2e^{2\sigma} du dv + R^2 d\Omega^2$ et $f \equiv g^{ab} \partial_a R \partial_b R = -2e^{-2\sigma} \partial_u R \partial_v R$. À travers une coquille entrante ($v = \text{cste}$), $\partial_u R$ est continu ; à travers une coquille sortante, c'est $\partial_v R$. Notons $(\partial_u R, \partial_v R)$ dans les quatre régions qui entourent le croisement : passé (a_P, b_P) , intérieur (a_I, b_P) , extérieur (a_P, b_O) , futur (a_I, b_O) . On en déduit $f_P f_F = f_I f_O$ [157, 158]. Avec $f = 1 - 2m/r_c$ et les masses $(M, m_4, 0, M + \delta m)$, on obtient (18.3). Près de l'horizon, $r_* = r + 2M \ln(r/2M - 1) \simeq 2M + 2M \ln[(r - 2M)/2M]$. La condition $r_c - 2M < 2\delta m$ donne alors (18.4).

B.6 Transfert radial

Dans la carte (16.1), $\det g = -R^4 \sin^2 \theta$ ne s'annule jamais. Les courbes $v = \text{cste}$, θ, ϕ fixés, sont des géodésiques nulles affinement paramétrées par $-r$. Le vecteur ∂_v est orienté vers le futur partout où $f > 0$, puisque $-\partial_r$ est nul et orienté vers le futur et que $g(\partial_v, -\partial_r) = -1 < 0$. Le long de ces courbes, v prend à l'infini passé de A la valeur du temps avancé, et à l'infini futur de B celle du temps retardé de B, à une constante près fixée par le prolongement de r_* . D'où proposition 16.1, qui exprime la conservation de l'énergie de Killing.

B.7 Identité de Hubble

À densité critique, $\rho_{\text{crit}} = 3H^2/(8\pi G)$. La masse de la sphère de Hubble est $M_H = \frac{4\pi}{3}(c/H)^3 \rho_{\text{crit}} = c^3/(2GH)$, d'où $2GM_H/c^2 = c/H$. Aucune hypothèse physique n'intervient au-delà de l'équation de Friedmann.

C Équations développées

Pour la famille GHTM (13.1), avec $R = \sqrt{r^2 + \ell^2}$ et $\mu(r)$ quelconque, on obtient en région statique **DÉMONTRÉ ICI**

$$\rho = -\frac{\ell^2 (R - 4\mu)}{8\pi R^5} + \frac{r \mu'}{4\pi R^3}, \quad (\text{C.1})$$

$$p_r = -\frac{\ell^2}{8\pi R^4} - \frac{r \mu'}{4\pi R^3}, \quad (\text{C.2})$$

$$p_t = \frac{\ell^2 (R - \mu)}{8\pi R^5} - \frac{\mu''}{8\pi R}. \quad (\text{C.3})$$

Le bloc [8] du script `01_symbolic_checks.py` vérifie symboliquement ces formes compactes pour μ arbitraire. Les termes en μ' s'annulent dans $\rho + p_r = -f\ell^2/(4\pi R^4)$.

Le scalaire de Kretschmann de l'extérieur de Lewandowski–Ma–Yang–Zhang vaut

$$K = \frac{12M^2 (39\alpha^2 M^2 - 20\alpha M r^3 + 4r^6)}{r^{12}}, \quad (\text{C.4})$$

qui diverge en $r \rightarrow 0$. La boule de poussière rebondit avant d'atteindre ce point (section 17). Celui de Simpson–Visser est donné dans [53], et nous en avons vérifié la valeur en $r = 0$ (14.7).

D Algorithmes

Diagramme de Penrose du rebond noir.

1. Calculer $r_*(r) = A \ln |(r - r_H)/(r + r_H)| + \int_0^r g$, où $A = 4M^2/r_H$ et $g = 1/f - 8M^2/(r^2 - r_H^2)$ est régulière.
2. Pour chaque région, compactifier les coordonnées nulles par $\arctan(\cdot/L)$ et placer le losange correspondant (centres $(\pm\pi/2, \pm\pi/2)$ pour les extérieurs, $(0, n\pi)$ pour les régions dynamiques).
3. Intégrer la géodésique en (v, r) , puis placer chaque point dans la région de son r .

Évolution temporelle. On utilise le schéma saute-mouton

$$\psi_j^{n+1} = 2\psi_j^n - \psi_j^{n-1} + (\Delta t/\Delta x)^2(\psi_{j+1}^n - 2\psi_j^n + \psi_{j-1}^n) - \Delta t^2 V_j \psi_j^n,$$

avec $\Delta t = \Delta x/2$ et un domaine assez grand pour qu'aucune réflexion de bord n'atteigne l'observateur. $V(r_*)$ est obtenu en intégrant $dr/dr_* = f(r)$.

Ajustement des modes. On ajuste deux sinusoïdes amorties par moindres carrés (Levenberg–Marquardt), en partant de 24 phases initiales. On retient le mode le moins amorti. On le fait sur trois fenêtres, et l’on compare les géométries fenêtre par fenêtre. Ces ajustements temporels sont biaisés de 0,1 à 0,6 point de pourcentage sur les écarts relatifs ([tableau 23.1](#)) ; les valeurs de référence sont celles du domaine fréquentiel.

Modes quasi normaux exacts (domaine fréquentiel). En rayon aréolaire R , l’équation radiale s’écrit $F\psi'' + \frac{1}{2}F'\psi' + (\omega^2 - V)\psi = 0$, avec $F = (1 - 2M/R)^2(1 - \ell^2/R^2)$. On procède en trois étapes (`16_qnm_frequency.py`).

- *Côté horizon* : on développe la solution entrante en série de Frobenius, $\psi = x^s \sum_n a_n x^n$ avec $x = R - 2M$, $s = -i\omega/(2\kappa)$ et $2\kappa = \sqrt{1 - \ell^2/4M^2}/(2M)$. Les coefficients suivent une récurrence obtenue en multipliant l’équation par R^6 , ce qui rend ses coefficients polynomiaux. On évalue la série en $x_1 = \min[(2M - \ell)/2, 0,6M]$, à l’intérieur de son rayon de convergence $2M - \ell$, puis l’on intègre sur l’axe réel jusqu’à $R_m = 5M$.
- *Côté infini* : on part de $R = R_m + 150M e^{i\pi/4}$ avec la solution sortante $\psi \simeq \exp[i\omega(R + 2M \ln R + c_1/R)]$, $c_1 = -(4M^2 + \ell^2/2)$, et l’on intègre le long de ce rayon complexe jusqu’à R_m . Sur ce rayon, la solution sortante domine en intégrant vers l’intérieur, ce qui stabilise le calcul.
- *Raccord* : on annule la différence des dérivées logarithmiques en R_m par une recherche de racine complexe (méthode hybride de Powell), en partant de la valeur de Schwarzschild puis en suivant ℓ par continuation.

Pour $\ell \rightarrow 0$, le résultat reproduit la fraction continue de Leaver à 2×10^{-13} près. Pour $\ell = 1,5M$, la racine varie de moins de 2×10^{-13} quand on change (R_m, S, ϕ) en $(4M, 200M, \pi/3)$ ou $(7M, 120M, 0,5)$. Une première version, qui partait de $x = 10^{-9}M$ avec le seul terme dominant x^s , était entachée d’une erreur de $\sim 2 \times 10^{-6}$; le relecteur l’a signalée.

Transfert fréquentiel.

- *Dans l’univers A* : on intègre (r, ψ, ψ') en r_* depuis $r = r_H + 10^{-9}$ (avec $\psi = e^{-i\omega r_*}$) jusqu’à $r_* = 2500M$. On décompose ensuite sur les fonctions de Riccati–Hankel pour obtenir $|T|^2 = 1/|A_{\text{in}}|^2$.
- *Dans la région dynamique* : on intègre de $r = r_H - 10^{-10}$ à $r = -r_H + 10^{-10}$ et l’on décompose en ondes planes ; on contrôle que $|a|^2 - |b|^2 = 1$.

Référence de Leaver. Fraction continue à 400 niveaux et recherche de racine complexe en précision étendue (`mpmath`, 30 chiffres).

E Scripts Python et reproduction

L’ensemble est fourni dans l’archive de reproductibilité (dossier `trou-vert/`) :

```
trou-vert/
paper/      sources LaTeX (main.tex, sections/, trouvert.sty, references.bib)
```

sim/	scripts 01_... a 16_..., common.py, tensors.py, out/ (donnees JSON/CSV)
figures/	paper/ (PDF vectoriels), web/ (PNG/WebP), external/ (images EHT, CC BY 4.0)
biblio/	rapports de verification bibliographique
fonts/	polices libres (Inter, Instrument Serif, JetBrains Mono ; licence OFL)

Pour reproduire l'ensemble :

```
python3 -m venv .venv && .venv/bin/pip install numpy scipy sympy mpmath matplotlib pillow
cd sim && bash run_all.sh # environ 40 minutes sur 4 coeurs
cd ../paper && latexmk -lualatex main.tex
```

L'extrait suivant est le cœur de la vérification du déficit ANEC (04_ghtm_static.py) :

```
def nec_radial(self, r):
    """T_{\mu \nu} k^\mu k^\nu pour k = (1/f, +-1, 0, 0) : -R'/(4 pi R)."""
    return -self.Rpp(r) / (4 * np.pi * self.R(r))

val, err = quad(lambda r: model.nec_radial(r), -np.inf, np.inf, limit=400)
# resultat : -1/(8 l) a 1e-16 pres, quels que soient M_A, M_B et w
```

F Tableaux de paramètres

Le [tableau F.1](#) rassemble les constantes physiques, les masses de référence et les paramètres numériques de toutes les simulations.

Table F.1. Constantes et paramètres utilisés.

Grandeur	Valeur (source)
$G, c, \hbar, k_B$	CODATA 2018
$GM_\odot$	$1,327\,124\,4 \times 10^{20} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ (IAU 2015, nominal)
Âge de l'Univers	13,787 milliards d'années (Planck 2018 [196])
Sgr A*	$4,3 \times 10^6 M_\odot$ (valeur ronde; VLTI : $4,297 \times 10^6$ [67])
M87*	$6,5 \times 10^9 M_\odot$ [181]
γ (Barbero–Immirzi)	$0,2375$; $\alpha \approx 1,17 \ell_P^2, \rho_c \approx 0,41 \rho_P, M_{\min} \approx 0,83 m_P$
k (tunnel)	$0,05$ ($k_2 = 4k = 0,2$), varié dans $[0,0125; 0,25]$
Cas de référence GHTM	$M_A = 1, M_B = 0,7, \ell = 0,8, w = 0,5$
Grille des régimes	$\ell/M_A \in [0,05; 4]$ (240 pts), $M_B/M_A \in [0,05; 1,5]$ (220 pts)
Domaine temporel	$\Delta r_* = 0,025M, r_* \in [-900; 900]M$, impulsion gaussienne $\sigma = 2M$ centrée en $20M$
Observateurs	$r_* = +50M$ (univers A), $r_* = -50M$ (univers B)
Fenêtres d'ajustement	$[t_{\text{pic}} + 5, +80], [+10, +90], [+15, +100]$ (M)
Domaine fréquentiel	$M\omega \in [0,05; 1,2]$ (30 pts), $l = 0, 1, 2, \ell/M = 0,5$ et $1,5$
δm	photon du fond diffus ($2,70 k_B T_{\text{CMB}}$), proton, 1 g

G Graphiques supplémentaires

Cette annexe rassemble trois illustrations complémentaires : le plongement d'un trou de ver traversable, le schéma des destinations possibles de la matière effondrée et le visuel de couverture, avec son statut.

Trou de ver traversable (Simpson-Visser, $\ell = 3M$)

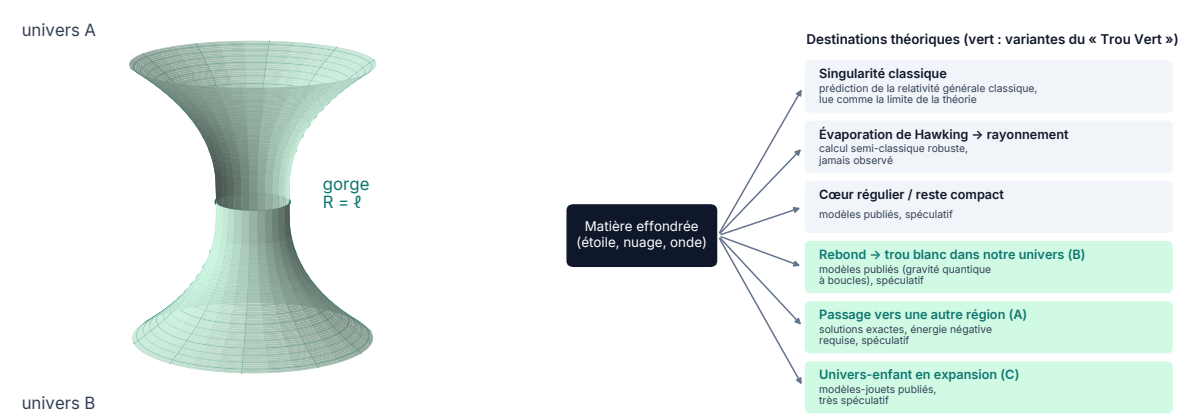


Figure G.1. NUMÉRIQUE Plongement de la tranche statique d'un trou de ver de Simpson-Visser ($\ell = 3M$). Script : 09_embedding.py.

FIGURE G.2. SCHÉMA Destinations théoriques de la matière effondrée et statut de chaque option.

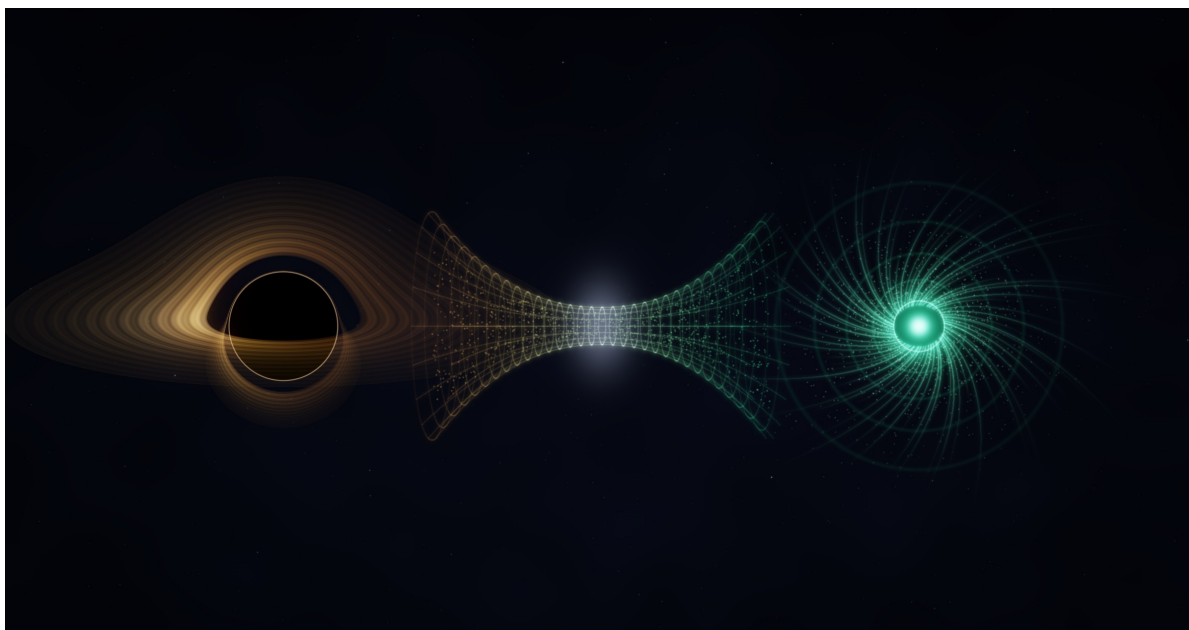


Figure G.3. SCHÉMA Vue d'artiste. À gauche, un trou noir de Schwarzschild et un disque mince, rendus par un lancer de rayons simplifié : orbites de photons exactes, intensité adoucie à des fins esthétiques. À droite, un « Trou Vert » imaginaire. Ce n'est pas une observation et ce n'est pas une simulation de Trou Vert. Script : 10_hero.py.

H Glossaire

ANEC

Condition d'énergie nulle moyennée le long de géodésiques nulles complètes.

Anti-piégée (surface)

Surface dont l'aire augmente le long des deux directions de lumière futures. Région typique d'un trou blanc.

Censure topologique

Théorème selon lequel, sous des hypothèses raisonnables, un observateur ne peut pas sonder une topologie non triviale.

Coordonnée tortue

$r_* = \int dr/f$; elle rend la propagation radiale de la lumière triviale.

Gorge

Minimum du rayon aréolaire : un « col » de l'espace.

Horizon apparent (de piégeage)

Bord quasi local d'une région de surfaces piégées.

Horizon de Cauchy

Frontière au-delà de laquelle l'évolution n'est plus déterminée par les données initiales. Il est généralement instable.

Horizon des événements

Frontière globale de la région d'où aucun signal ne peut atteindre l'infini.

Inflation de masse

Croissance de la masse quasi locale au voisinage d'un horizon interne sous l'effet du rayonnement qui tombe.

Masse de Misner–Sharp

Masse quasi locale des sphères en symétrie sphérique.

NEC

Condition d'énergie nulle : $T_{\mu\nu}k^\mu k^\nu \geq 0$ pour tout k nul.

Piégée (surface)

Surface dont l'aire diminue le long des deux directions de lumière futures. Région typique d'un trou noir.

Rebond noir

Géométrie régulière où l'intérieur d'un trou noir passe par une gorge vers une région anti-piégée (Simpson–Visser).

Région de transition $\mathcal{Q}$

Zone où la description classique cède la place à une physique non classique ou effective.

Trou Vert

Nom donné ici à une région anti-piégée située dans le futur causal d'une région piégée et atteinte par des courbes causales complètes ([définition 7.1](#)) ; la notion est standard.

Trou blanc

Région anti-piégée issue d'une singularité passée (solution exacte, instable).

Trou de ver traversable

Géométrie à gorge sans horizon, franchissable dans les deux sens ; elle exige une violation de la NEC.

I Questions ouvertes

1. Quelle action, ou quelle théorie microscopique, produit une transition piégée→anti-piégée en quatre dimensions avec des paramètres fixés ?
2. La structure globale d'un effondrement réaliste est-elle de type A ou B ?
3. Quelle est la durée de la phase noire ($\propto M, M^2, M^3$?) et celle de la phase blanche ?
4. Comment sortir du dilemme du Modèle B : une transition lente peut-elle échapper à l'instabilité des trous blancs, par exemple si les croisements de matière ont lieu dans $\mathcal{Q}$?
5. Les horizons internes des rebonds noirs subissent-ils une inflation de masse ? À quel rythme ?
6. Que devient le mélange des ondes, qui transmet une énergie de Killing négative à la région B' , avec rétroaction et pour des champs quantiques (coefficients de Bogoliubov) ?

Que vaut-il pour une gorge planckienne, où il est le plus fort et l'approximation de champ test la moins fiable ?

7. Quelles sont les perturbations gravitationnelles d'un rebond noir, et sont-elles mesurables par spectroscopie des vibrations finales ?
8. Comment l'information traverse-t-elle le passage au niveau quantique ?
9. Un univers-enfant est-il un objet physique cohérent (débat holographique) ?
10. Existe-t-il une population de trous noirs primordiaux ou de restes testable ?
11. La rotation ouvre-t-elle ou ferme-t-elle les portes de sortie ?

Bibliographie

- [1] J. M. M. SENOVILLA. « Singularity Theorems and Their Consequences ». In : *Gen. Rel. Grav.* 30 (1998), p. 701-848. DOI : [10.1023/A:1018801101244](https://doi.org/10.1023/A:1018801101244). arXiv : [1801.04912](https://arxiv.org/abs/1801.04912) [gr-qc].
- [2] R. CARBALLO-RUBIO, F. DI FILIPPO, S. LIBERATI et M. VISSER. « Geodesically complete black holes ». In : *Physical Review D* 101.8 (2020), p. 084047. DOI : [10.1103/physrevd.101.084047](https://doi.org/10.1103/physrevd.101.084047).
- [3] R. CARBALLO-RUBIO, F. DI FILIPPO, S. LIBERATI et al. « Towards a non-singular paradigm of black hole physics ». In : *JCAP* 05 (2025), p. 003. DOI : [10.1088/1475-7516/2025/05/003](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2025/05/003). arXiv : [2501.05505](https://arxiv.org/abs/2501.05505) [gr-qc].
- [4] K. A. BRONNIKOV et R. K. WALIA. « Field sources for Simpson-Visser spacetimes ». In : *Phys. Rev. D* 105 (2022), p. 044039. DOI : [10.1103/PhysRevD.105.044039](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.105.044039). arXiv : [2112.13198](https://arxiv.org/abs/2112.13198) [gr-qc].
- [5] K. A. BRONNIKOV et S. G. RUBIN. *Black Holes, Cosmology and Extra Dimensions*. WORLD SCIENTIFIC, 2020. DOI : [10.1142/12186](https://doi.org/10.1142/12186).
- [6] Y. GÜRSEL, V. D. SANDBERG, I. D. NOVIKOV et A. A. STAROBINSKY. « Evolution of scalar perturbations near the Cauchy horizon of a charged black hole ». In : *Physical Review D* 19.2 (1979), p. 413-420. DOI : [10.1103/physrevd.19.413](https://doi.org/10.1103/physrevd.19.413).
- [7] S. CHANDRASEKHAR et J. B. HARTLE. « On crossing the Cauchy horizon of a Reissner-Nordström black-hole ». In : *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 384.1787 (1982), p. 301-315. DOI : [10.1098/rspa.1982.0160](https://doi.org/10.1098/rspa.1982.0160).
- [8] A. ORI. « Transmission and reflection coefficients for a scalar field inside a charged black hole ». In : *Physical Review D* 57.4 (1998), p. 2621-2623. DOI : [10.1103/physrevd.57.2621](https://doi.org/10.1103/physrevd.57.2621).
- [9] C. KEHLE et Y. SHLAPENTOKH-ROTHMAN. « A Scattering Theory for Linear Waves on the Interior of Reissner-Nordström Black Holes ». In : *Annales Henri Poincaré* 20.5 (2019), p. 1583-1650. DOI : [10.1007/s00023-019-00760-z](https://doi.org/10.1007/s00023-019-00760-z).
- [10] S. VAGNOZZI, R. ROY, Y.-D. TSAI et al. « Horizon-scale tests of gravity theories and fundamental physics from the Event Horizon Telescope image of Sagittarius A* ». In : *Class. Quant. Grav.* 40 (2023), p. 165007. DOI : [10.1088/1361-6382/acd97b](https://doi.org/10.1088/1361-6382/acd97b). arXiv : [2205.07787](https://arxiv.org/abs/2205.07787) [gr-qc].
- [11] M. S. CHURILOVA et Z. STUHLÍK. « Ringing of the regular black-hole/wormhole transition ». In : *Classical and Quantum Gravity* 37.7 (2020), p. 075014. DOI : [10.1088/1361-6382/ab7717](https://doi.org/10.1088/1361-6382/ab7717).
- [12] V. CARDOSO, A. S. MIRANDA, E. BERTI, H. WITEK et V. T. ZANCHIN. « Geodesic stability, Lyapunov exponents, and quasinormal modes ». In : *Physical Review D* 79.6 (2009), p. 064016. DOI : [10.1103/physrevd.79.064016](https://doi.org/10.1103/physrevd.79.064016).
- [13] K. SCHWARZSCHILD. « Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie ». In : *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)* (1916). English translation : arXiv:physics/9905030 (S. Antoci and A. Loinger) and *Gen. Rel. Grav.* 35, 951-959 (2003), doi:10.1023/A:1022971926521, p. 189-196.
- [14] K. SCHWARZSCHILD. « “Golden Oldie” : On the Gravitational Field of a Mass Point According to Einstein’s Theory ». In : *Gen. Rel. Grav.* 35 (2003). English translation of *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)* 1916, 189-196; editor’s note by S. Antoci and D.-E. Liebscher, *Gen. Rel. Grav.* 35, 945-950 (2003), doi:10.1023/A:1022919909683, p. 951-959. DOI : [10.1023/A:1022971926521](https://doi.org/10.1023/A:1022971926521).
- [15] L. FLAMM. « Beiträge zur Einsteinschen Gravitationstheorie ». In : *Phys. Z.* 17 (1916). English translation : *Gen. Rel. Grav.* 47, 72 (2015), doi:10.1007/s10714-015-1908-2, p. 448-454.
- [16] L. FLAMM. « Republication of : Contributions to Einstein’s theory of gravitation ». In : *Gen. Rel. Grav.* 47 (2015). English translation by J. Frauendiener of L. Flamm, *Phys. Z.* 17, 448-454 (1916), p. 72. DOI : [10.1007/s10714-015-1908-2](https://doi.org/10.1007/s10714-015-1908-2).

- [17] A. EINSTEIN et N. ROSEN. « The Particle Problem in the General Theory of Relativity ». In : *Phys. Rev.* 48 (1935), p. 73-77. DOI : [10.1103/PhysRev.48.73](https://doi.org/10.1103/PhysRev.48.73).
- [18] J. OPPENHEIMER et H. SNYDER. « On Continued Gravitational Contraction ». In : *Phys. Rev.* 56 (1939), p. 455-459. DOI : [10.1103/PhysRev.56.455](https://doi.org/10.1103/PhysRev.56.455).
- [19] A. RAYCHAUDHURI. « Relativistic Cosmology. I ». In : *Phys. Rev.* 98 (1955), p. 1123-1126. DOI : [10.1103/PhysRev.98.1123](https://doi.org/10.1103/PhysRev.98.1123).
- [20] M. KRUSKAL. « Maximal Extension of Schwarzschild Metric ». In : *Phys. Rev.* 119 (1960), p. 1743-1745. DOI : [10.1103/PhysRev.119.1743](https://doi.org/10.1103/PhysRev.119.1743).
- [21] G. SZEKERES. « On the singularities of a Riemannian manifold ». In : *Publ. Math. Debrecen* 7 (1960). Reprinted as a Golden Oldie in *Gen. Rel. Grav.* 34, 2001–2016 (2002), doi:10.1023/A:1020744914721, p. 285-301.
- [22] R. W. FULLER et J. A. WHEELER. « Causality and Multiply Connected Space-Time ». In : *Phys. Rev.* 128 (1962), p. 919-929. DOI : [10.1103/PhysRev.128.919](https://doi.org/10.1103/PhysRev.128.919).
- [23] I. D. NOVIKOV. « Delayed Explosion of a Part of the Fridman Universe, and Quasars ». In : *Sov. Astron.* 8.6 (1965). Translated from *Astron. Zh.* 41(6), 1075–1083 (1964), p. 857-863.
- [24] Y. NE'EMAN. « Expansion as an Energy Source in Quasi-Stellar Radio Sources ». In : *Astrophys. J.* 141 (1965), p. 1303. DOI : [10.1086/148218](https://doi.org/10.1086/148218).
- [25] R. PENROSE. « Gravitational Collapse and Space-Time Singularities ». In : *Phys. Rev. Lett.* 14 (1965), p. 57-59. DOI : [10.1103/PhysRevLett.14.57](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.14.57).
- [26] S. HAWKING et R. PENROSE. « The singularities of gravitational collapse and cosmology ». In : *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 314 (1970), p. 529-548. DOI : [10.1098/rspa.1970.0021](https://doi.org/10.1098/rspa.1970.0021).
- [27] J. D. BEKENSTEIN. « Black Holes and Entropy ». In : *Phys. Rev. D* 7 (1973), p. 2333-2346. DOI : [10.1103/PhysRevD.7.2333](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.7.2333).
- [28] S. HAWKING. « Black hole explosions? » In : *Nature* 248 (1974), p. 30-31. DOI : [10.1038/248030a0](https://doi.org/10.1038/248030a0).
- [29] S. HAWKING. « Particle creation by black holes ». In : *Commun. Math. Phys.* 43 (1975). Erratum : *Commun. Math. Phys.* 46, 206 (1976), doi:10.1007/BF01608497, p. 199-220. DOI : [10.1007/BF02345020](https://doi.org/10.1007/BF02345020).
- [30] H. ELLIS. « Ether flow through a drainhole : A particle model in general relativity ». In : *J. Math. Phys.* 14 (1973), p. 104-118. DOI : [10.1063/1.1666161](https://doi.org/10.1063/1.1666161).
- [31] D. M. EARDLEY. « Death of White Holes in the Early Universe ». In : *Phys. Rev. Lett.* 33 (1974), p. 442-444. DOI : [10.1103/PhysRevLett.33.442](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.33.442).
- [32] Y. B. ZEL'DOVICH, I. NOVIKOV et A. STAROBINSKII. « Quantum effects in white holes ». In : *Sov. Phys. JETP* 39 (1974). Russian original : *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 66, 1897–1910 (1974), p. 933-939.
- [33] E. FARHI et A. H. GUTH. « An obstacle to creating a universe in the laboratory ». In : *Phys. Lett. B* 183 (1987), p. 149-155. DOI : [10.1016/0370-2693\(87\)90429-1](https://doi.org/10.1016/0370-2693(87)90429-1).
- [34] S. K. BLAU, E. GUENDELMAN et A. H. GUTH. « Dynamics of false-vacuum bubbles ». In : *Phys. Rev. D* 35 (1987), p. 1747-1766. DOI : [10.1103/PhysRevD.35.1747](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.35.1747).
- [35] V. P. FROLOV, M. MARKOV et V. F. MUKHANOV. « Through a black hole into a new universe? » In : *Phys. Lett. B* 216 (1989), p. 272-276. DOI : [10.1016/0370-2693\(89\)91114-3](https://doi.org/10.1016/0370-2693(89)91114-3).
- [36] V. P. FROLOV, M. MARKOV et V. F. MUKHANOV. « Black holes as possible sources of closed and semiclosed worlds ». In : *Phys. Rev. D* 41 (1990), p. 383-394. DOI : [10.1103/PhysRevD.41.383](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.41.383).
- [37] E. FARHI, A. H. GUTH et J. GUVEN. « Is it possible to create a universe in the laboratory by quantum tunneling? » In : *Nucl. Phys. B* 339 (1990), p. 417-490. DOI : [10.1016/0550-3213\(90\)90357-J](https://doi.org/10.1016/0550-3213(90)90357-J).
- [38] M. MORRIS et K. THORNE. « Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel : A tool for teaching general relativity ». In : *Am. J. Phys.* 56 (1988), p. 395-412. DOI : [10.1119/1.15620](https://doi.org/10.1119/1.15620).

- [39] L. SMOLIN. « Did the Universe evolve? » In : *Class. Quant. Grav.* 9 (1992), p. 173-191. DOI : [10.1088/0264-9381/9/1/016](#).
- [40] J. L. FRIEDMAN, K. SCHLEICH et D. M. WITT. « Topological censorship ». In : *Phys. Rev. Lett.* 71 (1993). Erratum : *Phys. Rev. Lett.* 75, 1872 (1995), doi:10.1103/PhysRevLett.75.1872, p. 1486-1489. DOI : [10.1103/PhysRevLett.71.1486](#). arXiv : [gr-qc/9305017](#) [gr-qc].
- [41] S. HAYWARD. « General laws of black-hole dynamics ». In : *Phys. Rev. D* 49 (1994), p. 6467-6474. DOI : [10.1103/PhysRevD.49.6467](#). arXiv : [gr-qc/9303006](#) [gr-qc].
- [42] D. HOCHBERG et M. VISSER. « Dynamic wormholes, antitrapped surfaces, and energy conditions ». In : *Phys. Rev. D* 58 (1998), p. 044021. DOI : [10.1103/PhysRevD.58.044021](#). arXiv : [gr-qc/9802046](#) [gr-qc].
- [43] A. ASHTEKAR, T. PAWLOWSKI et P. SINGH. « Quantum Nature of the Big Bang ». In : *Phys. Rev. Lett.* 96 (2006), p. 141301. DOI : [10.1103/PhysRevLett.96.141301](#). arXiv : [gr-qc/0602086](#) [gr-qc].
- [44] J. MALDACENA et L. SUSSKIND. « Cool horizons for entangled black holes ». In : *Fortsch. Phys.* 61 (2013), p. 781-811. DOI : [10.1002/prop.201300020](#). arXiv : [1306.0533](#) [hep-th].
- [45] C. ROVELLI et F. VIDOTTO. « Planck stars ». In : *Int. J. Mod. Phys. D* 23 (2014), p. 1442026. DOI : [10.1142/S0218271814420267](#). arXiv : [1401.6562](#) [gr-qc].
- [46] H. M. HAGGARD et C. ROVELLI. « Black to white hole tunneling : An exact classical solution ». In : *Int. J. Mod. Phys. A* 30 (2015), p. 1545015. DOI : [10.1142/S0217751X15450153](#).
- [47] H. M. HAGGARD et C. ROVELLI. « Quantum-gravity effects outside the horizon spark black to white hole tunneling ». In : *Phys. Rev. D* 92 (2015), p. 104020. DOI : [10.1103/PhysRevD.92.104020](#). arXiv : [1407.0989](#) [gr-qc].
- [48] C. BARCELÓ, R. CARBALLO-RUBIO et L. J. GARAY. « Black holes turn white fast, otherwise stay black : no half measures ». In : *JHEP* 01 (2016), p. 157. DOI : [10.1007/JHEP01\(2016\)157](#). arXiv : [1511.00633](#) [gr-qc].
- [49] P. GAO, D. L. JAFFERIS et A. C. WALL. « Traversable wormholes via a double trace deformation ». In : *JHEP* 12 (2017), p. 151. DOI : [10.1007/JHEP12\(2017\)151](#). arXiv : [1608.05687](#) [hep-th].
- [50] A. ASHTEKAR, J. OLMEDO et P. SINGH. « Quantum Transfiguration of Kruskal Black Holes ». In : *Phys. Rev. Lett.* 121 (2018), p. 241301. DOI : [10.1103/PhysRevLett.121.241301](#). arXiv : [1806.00648](#) [gr-qc].
- [51] A. ASHTEKAR, J. OLMEDO et P. SINGH. « Quantum extension of the Kruskal spacetime ». In : *Phys. Rev. D* 98 (2018), p. 126003. DOI : [10.1103/PhysRevD.98.126003](#). arXiv : [1806.02406](#) [gr-qc].
- [52] E. BIANCHI, M. CHRISTODOULOU, F. D'AMBROSIO, H. M. HAGGARD et C. ROVELLI. « White holes as remnants : a surprising scenario for the end of a black hole ». In : *Class. Quant. Grav.* 35 (2018), p. 225003. DOI : [10.1088/1361-6382/aae550](#). arXiv : [1802.04264](#) [gr-qc].
- [53] A. SIMPSON et M. VISSER. « Black-bounce to traversable wormhole ». In : *JCAP* 02 (2019), p. 042. DOI : [10.1088/1475-7516/2019/02/042](#). arXiv : [1812.07114](#) [gr-qc].
- [54] EVENT HORIZON TELESCOPE COLLABORATION, K. AKIYAMA et al. « First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole ». In : *The Astrophysical Journal Letters* 875 (2019), p. L1. DOI : [10.3847/2041-8213/ab0ec7](#). eprint : [1906.11238](#).
- [55] V. HUSAIN, J. G. KELLY, R. SANTACRUZ et E. WILSON-EWING. « Quantum Gravity of Dust Collapse : Shock Waves from Black Holes ». In : *Phys. Rev. Lett.* 128 (2022), p. 121301. DOI : [10.1103/PhysRevLett.128.121301](#). arXiv : [2109.08667](#) [gr-qc].
- [56] EVENT HORIZON TELESCOPE COLLABORATION, K. AKIYAMA et al. « First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole in the Center of the Milky Way ». In : *The Astrophysical Journal Letters* 930 (2022), p. L12. DOI : [10.3847/2041-8213/ac6674](#). eprint : [2311.08680](#).

- [57] J. LEWANDOWSKI, Y. MA, J. YANG et C. ZHANG. « Quantum Oppenheimer-Snyder and Swiss Cheese Models ». In : *Phys. Rev. Lett.* 130 (2023), p. 101501. DOI : [10.1103/PhysRevLett.130.101501](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.130.101501). arXiv : [2210.02253](https://arxiv.org/abs/2210.02253) [gr-qc].
- [58] M. HAN, C. ROVELLI et F. SOLTANI. « Geometry of the black-to-white hole transition within a single asymptotic region ». In : *Phys. Rev. D* 107 (2023), p. 064011. DOI : [10.1103/PhysRevD.107.064011](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.064011). arXiv : [2302.03872](https://arxiv.org/abs/2302.03872) [gr-qc].
- [59] R. CARBALLO-RUBIO, F. DI FILIPPO, S. LIBERATI et M. VISSER. « Mass Inflation without Cauchy Horizons ». In : *Phys. Rev. Lett.* 133 (2024), p. 181402. DOI : [10.1103/PhysRevLett.133.181402](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.133.181402). arXiv : [2402.14913](https://arxiv.org/abs/2402.14913) [gr-qc].
- [60] M. BOBULA et T. PAWŁOWSKI. « Causal structure of nonhomogeneous dust collapse in effective loop quantum gravity ». In : *Phys. Rev. D* 112 (2025), p. 064056. DOI : [10.1103/z5sz-mc15](https://doi.org/10.1103/z5sz-mc15). arXiv : [2410.22943](https://arxiv.org/abs/2410.22943) [gr-qc].
- [61] P. BUENO, P. A. CANO, R. A. HENNIGAR et Á. J. MURCIA. « Dynamical Formation of Regular Black Holes ». In : *Phys. Rev. Lett.* 134 (2025), p. 181401. DOI : [10.1103/PhysRevLett.134.181401](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.134.181401). arXiv : [2412.02742](https://arxiv.org/abs/2412.02742) [gr-qc].
- [62] J. BORISSOVA, S. LIBERATI et M. VISSER. *Null geodesic defocusing in dynamical black-hole-to-white-hole transitions*. Preprint. 2026. arXiv : [2606.22404](https://arxiv.org/abs/2606.22404) [gr-qc].
- [63] C. W. MISNER, K. S. THORNE et J. A. WHEELER. *Gravitation*. Reissued by Princeton University Press (2017), ISBN 978-0-691-17779-3. San Francisco : W. H. Freeman, 1973.
- [64] R. M. WALD. *General Relativity*. Chicago : University of Chicago Press, 1984. DOI : [10.7208/chicago/9780226870373.001.0001](https://doi.org/10.7208/chicago/9780226870373.001.0001).
- [65] LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION, VIRGO COLLABORATION, KAGRA COLLABORATION, A. G. ABAC et al. « GWTC-4.0 : Updating the Gravitational-Wave Transient Catalog with Observations from the First Part of the Fourth LIGO-Virgo-KAGRA Observing Run ». In : *The Astrophysical Journal Letters* 1004 (2026), p. L22. DOI : [10.3847/2041-8213/ae2c74](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ae2c74). eprint : [2508.18082](https://arxiv.org/abs/2508.18082).
- [66] LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION, VIRGO COLLABORATION, KAGRA COLLABORATION, A. G. ABAC et al. « GW250114 : Testing Hawking's Area Law and the Kerr Nature of Black Holes ». In : *Physical Review Letters* 135 (2025), p. 111403. DOI : [10.1103/kw5g-d732](https://doi.org/10.1103/kw5g-d732). eprint : [2509.08054](https://arxiv.org/abs/2509.08054).
- [67] GRAVITY COLLABORATION. « Mass distribution in the Galactic Center based on interferometric astrometry of multiple stellar orbits ». In : *Astronomy & Astrophysics* 657 (2022), p. L12. DOI : [10.1051/0004-6361/202142465](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202142465).
- [68] T. DO et al. « Relativistic redshift of the star S0-2 orbiting the Galactic Center supermassive black hole ». In : *Science* 365 (2019), p. 664-668. DOI : [10.1126/science.aav8137](https://doi.org/10.1126/science.aav8137).
- [69] S. W. HAWKING et G. F. R. ELLIS. *The Large Scale Structure of Space-Time*. 50th anniversary edition : Cambridge University Press (2023), doi:10.1017/9781009253161. Cambridge : Cambridge University Press, 1973. DOI : [10.1017/CB09780511524646](https://doi.org/10.1017/CB09780511524646).
- [70] E. POISSON. *A Relativist's Toolkit : The Mathematics of Black-Hole Mechanics*. Cambridge : Cambridge University Press, 2004. DOI : [10.1017/CB09780511606601](https://doi.org/10.1017/CB09780511606601).
- [71] E. POISSON et W. ISRAEL. « Internal structure of black holes ». In : *Physical Review D* 41.6 (1990), p. 1796-1809. DOI : [10.1103/physrevd.41.1796](https://doi.org/10.1103/physrevd.41.1796).
- [72] I. DYMNIKOVA. « Vacuum nonsingular black hole ». In : *Gen. Rel. Grav.* 24 (1992), p. 235-242. DOI : [10.1007/BF00760226](https://doi.org/10.1007/BF00760226).
- [73] S. A. HAYWARD. « Formation and Evaporation of Nonsingular Black Holes ». In : *Phys. Rev. Lett.* 96 (2006), p. 031103. DOI : [10.1103/PhysRevLett.96.031103](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.031103). arXiv : [gr-qc/0506126](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0506126) [gr-qc].
- [74] C. LAN, H. YANG, Y. GUO et Y.-G. MIAO. « Regular Black Holes : A Short Topic Review ». In : *Int. J. Theor. Phys.* 62 (2023), p. 202. DOI : [10.1007/s10773-023-05454-1](https://doi.org/10.1007/s10773-023-05454-1). arXiv : [2303.11696](https://arxiv.org/abs/2303.11696) [gr-qc].

- [75] C. BAMBI, éd. *Regular Black Holes : Towards a New Paradigm of Gravitational Collapse*. Springer Series in Astrophysics and Cosmology. Singapore : Springer, 2023. DOI : [10.1007/978-981-99-1596-5](https://doi.org/10.1007/978-981-99-1596-5). arXiv : [2307.13249](https://arxiv.org/abs/2307.13249) [gr-qc].
- [76] M. E. RODRIGUES et M. V. S. SILVA. « Source of black bounces in general relativity ». In : *Phys. Rev. D* 107 (2023), p. 044064. DOI : [10.1103/PhysRevD.107.044064](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.107.044064). arXiv : [2302.10772](https://arxiv.org/abs/2302.10772) [gr-qc].
- [77] A. SIMPSON, P. MARTIN-MORUNO et M. VISSER. « Vaidya spacetimes, black-bounces, and traversable wormholes ». In : *Class. Quant. Grav.* 36 (2019), p. 145007. DOI : [10.1088/1361-6382/ab28a5](https://doi.org/10.1088/1361-6382/ab28a5). arXiv : [1902.04232](https://arxiv.org/abs/1902.04232) [gr-qc].
- [78] J. MAZZA, E. FRANZIN et S. LIBERATI. « A novel family of rotating black hole mimickers ». In : *JCAP* 04 (2021), p. 082. DOI : [10.1088/1475-7516/2021/04/082](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2021/04/082). arXiv : [2102.01105](https://arxiv.org/abs/2102.01105) [gr-qc].
- [79] F. S. LOBO, M. E. RODRIGUES, M. V. de SOUSA SILVA, A. SIMPSON et M. VISSER. « Novel black-bounce spacetimes : Wormholes, regularity, energy conditions, and causal structure ». In : *Phys. Rev. D* 103 (2021), p. 084052. DOI : [10.1103/PhysRevD.103.084052](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.084052). arXiv : [2009.12057](https://arxiv.org/abs/2009.12057) [gr-qc].
- [80] A. ASHTEKAR et B. KRISHNAN. « Isolated and Dynamical Horizons and Their Applications ». In : *Living Rev. Rel.* 7 (2004), p. 10. DOI : [10.12942/lrr-2004-10](https://doi.org/10.12942/lrr-2004-10). arXiv : [gr-qc/0407042](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0407042) [gr-qc].
- [81] C. W. MISNER et D. H. SHARP. « Relativistic Equations for Adiabatic, Spherically Symmetric Gravitational Collapse ». In : *Physical Review* 136.2B (1964), B571-B576. DOI : [10.1103/physrev.136.b571](https://doi.org/10.1103/physrev.136.b571).
- [82] S. A. HAYWARD. « Gravitational energy in spherical symmetry ». In : *Physical Review D* 53.4 (1996), p. 1938-1949. DOI : [10.1103/physrevd.53.1938](https://doi.org/10.1103/physrevd.53.1938).
- [83] E.-A. KONTOU et K. SANDERS. « Energy conditions in general relativity and quantum field theory ». In : *Class. Quant. Grav.* 37 (2020), p. 193001. DOI : [10.1088/1361-6382/ab8fcf](https://doi.org/10.1088/1361-6382/ab8fcf). arXiv : [2003.01815](https://arxiv.org/abs/2003.01815) [gr-qc].
- [84] R. KERR. *Do Black Holes have Singularities?* Preprint. 2023. arXiv : [2312.00841](https://arxiv.org/abs/2312.00841) [gr-qc].
- [85] J. BROOK et C. STEVENS. « Penrose's singularity theorem and the Kerr space-time ». In : *Nucl. Phys. B* 1021 (2025), p. 117173. DOI : [10.1016/j.nuclphysb.2025.117173](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2025.117173). arXiv : [2504.04674](https://arxiv.org/abs/2504.04674) [gr-qc].
- [86] J. M. M. SENOVILLA et D. GARFINKLE. « The 1965 Penrose singularity theorem ». In : *Class. Quant. Grav.* 32 (2015), p. 124008. DOI : [10.1088/0264-9381/32/12/124008](https://doi.org/10.1088/0264-9381/32/12/124008). arXiv : [1410.5226](https://arxiv.org/abs/1410.5226) [gr-qc].
- [87] R. CARBALLO-RUBIO, F. DI FILIPPO, S. LIBERATI et M. VISSER. « Opening the Pandora's box at the core of black holes ». In : *Classical and Quantum Gravity* 37.14 (2020), p. 145005. DOI : [10.1088/1361-6382/ab8141](https://doi.org/10.1088/1361-6382/ab8141).
- [88] R. CARBALLO-RUBIO, F. DI FILIPPO, S. LIBERATI, C. PACILIO et M. VISSER. « On the viability of regular black holes ». In : *JHEP* 07 (2018), p. 023. DOI : [10.1007/JHEP07\(2018\)023](https://doi.org/10.1007/JHEP07(2018)023). arXiv : [1805.02675](https://arxiv.org/abs/1805.02675) [gr-qc].
- [89] A. BORDE. « Regular black holes and topology change ». In : *Physical Review D* 55.12 (1997), p. 7615-7617. DOI : [10.1103/physrevd.55.7615](https://doi.org/10.1103/physrevd.55.7615).
- [90] R. D. BLANDFORD et R. L. ZNAJEK. « Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 179 (1977), p. 433-456. DOI : [10.1093/mnras/179.3.433](https://doi.org/10.1093/mnras/179.3.433).
- [91] R. D. BLANDFORD et D. G. PAYNE. « Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 199 (1982), p. 883-903. DOI : [10.1093/mnras/199.4.883](https://doi.org/10.1093/mnras/199.4.883).
- [92] R.-S. LU, K. ASADA, T. P. KRICHBAUM, J. PARK, F. TAZAKI, H.-Y. PU et al. « A ring-like accretion structure in M87 connecting its black hole and jet ». In : *Nature* 616 (2023), p. 686-690. DOI : [10.1038/s41586-023-05843-w](https://doi.org/10.1038/s41586-023-05843-w). eprint : [2304.13252](https://arxiv.org/abs/2304.13252).
- [93] G. J. GALLOWAY. « On the topology of the domain of outer communication ». In : *Class. Quant. Grav.* 12 (1995), p. L99-L101. DOI : [10.1088/0264-9381/12/10/002](https://doi.org/10.1088/0264-9381/12/10/002).

- [94] M. VISSER. *Lorentzian Wormholes : From Einstein to Hawking*. Woodbury, NY : AIP Press, 1995.
- [95] D. HOCHBERG et M. VISSER. « Null Energy Condition in Dynamic Wormholes ». In : *Phys. Rev. Lett.* 81 (1998), p. 746-749. DOI : [10.1103/PhysRevLett.81.746](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.81.746). arXiv : [gr-qc/9802048](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9802048) [gr-qc].
- [96] S. K. LAMOREAUX. « Demonstration of the Casimir Force in the 0.6 to 6 μm Range ». In : *Physical Review Letters* 78.1 (1997), p. 5-8. DOI : [10.1103/physrevlett.78.5](https://doi.org/10.1103/physrevlett.78.5).
- [97] L. FORD et T. A. ROMAN. « Quantum field theory constrains traversable wormhole geometries ». In : *Phys. Rev. D* 53 (1996), p. 5496-5507. DOI : [10.1103/PhysRevD.53.5496](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.53.5496). arXiv : [gr-qc/9510071](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9510071) [gr-qc].
- [98] T. FAULKNER, R. G. LEIGH, O. PARRIKAR et H. WANG. « Modular Hamiltonians for deformed half-spaces and the averaged null energy condition ». In : *JHEP* 09 (2016), p. 038. DOI : [10.1007/JHEP09\(2016\)038](https://doi.org/10.1007/JHEP09(2016)038). arXiv : [1605.08072](https://arxiv.org/abs/1605.08072) [hep-th].
- [99] T. HARTMAN, S. KUNDU et A. TAJDINI. « Averaged null energy condition from causality ». In : *JHEP* 07 (2017), p. 066. DOI : [10.1007/JHEP07\(2017\)066](https://doi.org/10.1007/JHEP07(2017)066). arXiv : [1610.05308](https://arxiv.org/abs/1610.05308) [hep-th].
- [100] N. GRAHAM et K. D. OLUM. « Achronal averaged null energy condition ». In : *Phys. Rev. D* 76 (2007), p. 064001. DOI : [10.1103/PhysRevD.76.064001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.76.064001). arXiv : [0705.3193](https://arxiv.org/abs/0705.3193) [gr-qc].
- [101] M. VISSER, S. KAR et N. DADHICH. « Traversable Wormholes with Arbitrarily Small Energy Condition Violations ». In : *Phys. Rev. Lett.* 90 (2003), p. 201102. DOI : [10.1103/PhysRevLett.90.201102](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.90.201102). arXiv : [gr-qc/0301003](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0301003) [gr-qc].
- [102] J. MALDACENA, D. STANFORD et Z. YANG. « Diving into traversable wormholes ». In : *Fortsch. Phys.* 65 (2017), p. 1700034. DOI : [10.1002/prop.201700034](https://doi.org/10.1002/prop.201700034). arXiv : [1704.05333](https://arxiv.org/abs/1704.05333) [hep-th].
- [103] J. MALDACENA et X.-L. QI. *Eternal traversable wormhole*. Preprint. 2018. arXiv : [1804.00491](https://arxiv.org/abs/1804.00491) [hep-th].
- [104] J. MALDACENA, A. MILEKHIN et F. POPOV. « Traversable wormholes in four dimensions ». In : *Class. Quant. Grav.* 40 (2023), p. 155016. DOI : [10.1088/1361-6382/acde30](https://doi.org/10.1088/1361-6382/acde30). arXiv : [1807.04726](https://arxiv.org/abs/1807.04726) [hep-th].
- [105] J. L. BLÁZQUEZ-SALCEDO, C. KNOLL et E. RADU. « Traversable Wormholes in Einstein-Dirac-Maxwell Theory ». In : *Phys. Rev. Lett.* 126 (2021), p. 101102. DOI : [10.1103/PhysRevLett.126.101102](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.126.101102). arXiv : [2010.07317](https://arxiv.org/abs/2010.07317) [gr-qc].
- [106] D. L. DANIELSON, G. SATISHCHANDRAN, R. M. WALD et R. J. WEINBAUM. « Blázquez-Salcedo–Knoll–Radu wormholes are not solutions to the Einstein-Dirac-Maxwell equations ». In : *Phys. Rev. D* 104 (2021), p. 124055. DOI : [10.1103/PhysRevD.104.124055](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.104.124055). arXiv : [2108.13361](https://arxiv.org/abs/2108.13361) [gr-qc].
- [107] R. KONOPLYA et A. ZHIDENKO. « Traversable Wormholes in General Relativity ». In : *Phys. Rev. Lett.* 128 (2022), p. 091104. DOI : [10.1103/PhysRevLett.128.091104](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.128.091104). arXiv : [2106.05034](https://arxiv.org/abs/2106.05034) [gr-qc].
- [108] S. A. HAYWARD et H. KOYAMA. « How to make a traversable wormhole from a Schwarzschild black hole ». In : *Phys. Rev. D* 70 (2004), p. 101502. DOI : [10.1103/PhysRevD.70.101502](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.101502). arXiv : [gr-qc/0406080](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0406080) [gr-qc].
- [109] H. KOYAMA et S. A. HAYWARD. « Construction and enlargement of traversable wormholes from Schwarzschild black holes ». In : *Phys. Rev. D* 70 (2004), p. 084001. DOI : [10.1103/PhysRevD.70.084001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.084001). arXiv : [gr-qc/0406113](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0406113) [gr-qc].
- [110] H.-a. SHINKAI et S. A. HAYWARD. « Fate of the first traversible wormhole : Black-hole collapse or inflationary expansion ». In : *Phys. Rev. D* 66 (2002), p. 044005. DOI : [10.1103/PhysRevD.66.044005](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.66.044005). arXiv : [gr-qc/0205041](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0205041) [gr-qc].
- [111] D. JAFFERIS, A. ZLOKAPA, J. D. LYKKEN et al. « Traversable wormhole dynamics on a quantum processor ». In : *Nature* 612 (2022). Author Correction : *Nature* 640, E32 (2025), doi:10.1038/s41586-025-08788-4, p. 51-55. DOI : [10.1038/s41586-022-05424-3](https://doi.org/10.1038/s41586-022-05424-3).
- [112] B. KOBRIN, T. SCHUSTER et N. Y. YAO. *Comment on "Traversable wormhole dynamics on a quantum processor"*. Preprint. 2023. arXiv : [2302.07897](https://arxiv.org/abs/2302.07897) [quant-ph].

- [113] B. KOBRIN, T. SCHUSTER et N. Y. YAO. « Experiments implementing small commuting models lack gravitational features ». In : *Nature* 643 (2025). Matters Arising on Nature 612, 51 (2022) ; preprint version : arXiv:2302.07897, E17-E19. DOI : [10.1038/s41586-025-08939-7](https://doi.org/10.1038/s41586-025-08939-7).
- [114] D. JAFFERIS, A. ZLOKAPA, J. D. LYKKEN et al. « Reply to : Experiments implementing small commuting models lack gravitational features ». In : *Nature* 643 (2025), E20-E23. DOI : [10.1038/s41586-025-08995-z](https://doi.org/10.1038/s41586-025-08995-z).
- [115] C. BARRABÈS, P. R. BRADY et E. POISSON. « Death of white holes ». In : *Phys. Rev. D* 47 (1993), p. 2383-2387. DOI : [10.1103/PhysRevD.47.2383](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.47.2383).
- [116] R. M. WALD et S. RAMASWAMY. « Particle production by white holes ». In : *Phys. Rev. D* 21 (1980), p. 2736-2741. DOI : [10.1103/PhysRevD.21.2736](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.21.2736).
- [117] A. RETTER et S. HELLER. « The revival of white holes as Small Bangs ». In : *New Astron.* 17 (2012), p. 73-75. DOI : [10.1016/j.newast.2011.07.003](https://doi.org/10.1016/j.newast.2011.07.003). arXiv : [1105.2776](https://arxiv.org/abs/1105.2776) [physics.gen-ph].
- [118] A. BARRAU, C. ROVELLI et F. VIDOTTO. « Fast radio bursts and white hole signals ». In : *Phys. Rev. D* 90 (2014), p. 127503. DOI : [10.1103/PhysRevD.90.127503](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.90.127503). arXiv : [1409.4031](https://arxiv.org/abs/1409.4031) [gr-qc].
- [119] B. YANG et al. « A possible macronova in the late afterglow of the long-short burst GRB 060614 ». In : *Nature Communications* 6 (2015), p. 7323. DOI : [10.1038/ncomms8323](https://doi.org/10.1038/ncomms8323).
- [120] C. EWASIUK et S. PROFUMO. « Quantum tunneling of primordial black holes to white holes : rates, constraints, and implications for fast radio bursts ». In : *JCAP* 09 (2026), p. 132. DOI : [10.1088/1475-7516/2026/09/132](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2026/09/132). arXiv : [2603.22516](https://arxiv.org/abs/2603.22516) [gr-qc].
- [121] C. BARCELÓ, R. CARBALLO-RUBIO et L. J. GARAY. « Mutiny at the white-hole district ». In : *Int. J. Mod. Phys. D* 23 (2014), p. 1442022. DOI : [10.1142/S021827181442022X](https://doi.org/10.1142/S021827181442022X). arXiv : [1407.1391](https://arxiv.org/abs/1407.1391) [gr-qc].
- [122] C. BARCELÓ, R. CARBALLO-RUBIO et L. GARAY. « Where Does the Physics of Extreme Gravitational Collapse Reside? » In : *Universe* 2.2 (2016), p. 7. DOI : [10.3390/universe2020007](https://doi.org/10.3390/universe2020007).
- [123] N. BODENDORFER, F. M. MELE et J. MÜNCH. « Effective quantum extended spacetime of polymer Schwarzschild black hole ». In : *Class. Quant. Grav.* 36 (2019), p. 195015. DOI : [10.1088/1361-6382/ab3f16](https://doi.org/10.1088/1361-6382/ab3f16). arXiv : [1902.04542](https://arxiv.org/abs/1902.04542) [gr-qc].
- [124] P. BUENO, P. A. CANO, R. A. HENNIGAR, Á. J. MURCIA et A. VICENTE-CANO. « Regular black holes from Oppenheimer-Snyder collapse ». In : *Phys. Rev. D* 112 (2025), p. 064039. DOI : [10.1103/qrbb-mdvm](https://doi.org/10.1103/qrbb-mdvm). arXiv : [2505.09680](https://arxiv.org/abs/2505.09680) [gr-qc].
- [125] P. BUENO, P. A. CANO, R. A. HENNIGAR et Á. J. MURCIA. « Regular black hole formation in four-dimensional nonpolynomial gravities ». In : *Phys. Rev. D* 113 (2026), p. 024019. DOI : [10.1103/8f3j-zcxh](https://doi.org/10.1103/8f3j-zcxh). arXiv : [2509.19016](https://arxiv.org/abs/2509.19016) [gr-qc].
- [126] A. RIGNON-BRET et C. ROVELLI. « Black to white transition of a charged black hole ». In : *Phys. Rev. D* 105 (2022), p. 086003. DOI : [10.1103/PhysRevD.105.086003](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.105.086003). arXiv : [2108.12823](https://arxiv.org/abs/2108.12823) [gr-qc].
- [127] J. G. KELLY, R. SANTACRUZ et E. WILSON-EWING. « Black hole collapse and bounce in effective loop quantum gravity ». In : *Class. Quant. Grav.* 38 (2021), 04LT01. DOI : [10.1088/1361-6382/abd3e2](https://doi.org/10.1088/1361-6382/abd3e2). arXiv : [2006.09325](https://arxiv.org/abs/2006.09325) [gr-qc].
- [128] V. HUSAIN, J. G. KELLY, R. SANTACRUZ et E. WILSON-EWING. « Fate of quantum black holes ». In : *Phys. Rev. D* 106 (2022), p. 024014. DOI : [10.1103/PhysRevD.106.024014](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.106.024014). arXiv : [2203.04238](https://arxiv.org/abs/2203.04238) [gr-qc].
- [129] F. FAZZINI, V. HUSAIN et E. WILSON-EWING. « Shell-crossings and shock formation during gravitational collapse in effective loop quantum gravity ». In : *Phys. Rev. D* 109 (2024), p. 084052. DOI : [10.1103/PhysRevD.109.084052](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.109.084052). arXiv : [2312.02032](https://arxiv.org/abs/2312.02032) [gr-qc].
- [130] L. CIPRIANI, F. FAZZINI et E. WILSON-EWING. « Gravitational collapse in effective loop quantum gravity : Beyond marginally bound configurations ». In : *Phys. Rev. D* 110 (2024), p. 066004. DOI : [10.1103/PhysRevD.110.066004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.110.066004). arXiv : [2404.04192](https://arxiv.org/abs/2404.04192) [gr-qc].

- [131] F. FAZZINI, C. ROVELLI et F. SOLTANI. « Painlevé-Gullstrand coordinates discontinuity in the quantum Oppenheimer-Snyder model ». In : *Phys. Rev. D* 108 (2023), p. 044009. DOI : [10.1103/PhysRevD.108.044009](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.108.044009). arXiv : [2307.07797](https://arxiv.org/abs/2307.07797) [gr-qc].
- [132] K. GIESEL, H. LIU, P. SINGH et S. A. WEIGL. « Generalized analysis of a dust collapse in effective loop quantum gravity : Fate of shocks and covariance ». In : *Phys. Rev. D* 110 (2024), p. 104016. DOI : [10.1103/PhysRevD.110.104016](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.110.104016). arXiv : [2308.10953](https://arxiv.org/abs/2308.10953) [gr-qc].
- [133] J. GARRIGA, A. VILENKIN et J. ZHANG. « Black holes and the multiverse ». In : *JCAP* 02 (2016), p. 064. DOI : [10.1088/1475-7516/2016/02/064](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2016/02/064). arXiv : [1512.01819](https://arxiv.org/abs/1512.01819) [hep-th].
- [134] A. MASÓ-FERRANDO, N. SANCHIS-GUAL, J. A. FONT et G. J. OLMO. « Birth of baby universes from gravitational collapse in a modified-gravity scenario ». In : *JCAP* 06 (2023), p. 028. DOI : [10.1088/1475-7516/2023/06/028](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2023/06/028). arXiv : [2304.12018](https://arxiv.org/abs/2304.12018) [gr-qc].
- [135] N. J. POPLAWSKI. « Cosmology with torsion : An alternative to cosmic inflation ». In : *Phys. Lett. B* 694 (2010). Erratum : *Phys. Lett. B* 701, 672 (2011), doi:10.1016/j.physletb.2011.05.047, p. 181-185. DOI : [10.1016/j.physletb.2010.09.056](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2010.09.056). arXiv : [1007.0587](https://arxiv.org/abs/1007.0587) [astro-ph.CO].
- [136] N. POPLAWSKI. « Universe in a Black Hole in Einstein-Cartan Gravity ». In : *Astrophys. J.* 832 (2016), p. 96. DOI : [10.3847/0004-637X/832/2/96](https://doi.org/10.3847/0004-637X/832/2/96). arXiv : [1410.3881](https://arxiv.org/abs/1410.3881) [gr-qc].
- [137] N. POPLAWSKI. « Gravitational collapse with torsion and universe in a black hole ». In : *Int. J. Mod. Phys. A* 40 (2025), p. 2544007. DOI : [10.1142/S0217751X25440075](https://doi.org/10.1142/S0217751X25440075). arXiv : [2509.11468](https://arxiv.org/abs/2509.11468) [gr-qc].
- [138] S. ANTONINI, P. RATH, M. SASIETA, B. SWINGLE et A. VILAR LÓPEZ. « The baby universe is fine and the CFT knows it : on holography for closed universes ». In : *JHEP* 12 (2025), p. 159. DOI : [10.1007/JHEP12\(2025\)159](https://doi.org/10.1007/JHEP12(2025)159). arXiv : [2507.10649](https://arxiv.org/abs/2507.10649) [hep-th].
- [139] N. ENGELHARDT et E. GESTEAU. *Further Evidence Against a Semiclassical Baby Universe in AdS/CFT*. Preprint. 2025. arXiv : [2504.14586](https://arxiv.org/abs/2504.14586) [hep-th].
- [140] M. CHRISTODOULOU, C. ROVELLI, S. SPEZIALE et I. VILENSKY. « Planck star tunneling time : An astrophysically relevant observable from background-free quantum gravity ». In : *Phys. Rev. D* 94 (2016), p. 084035. DOI : [10.1103/PhysRevD.94.084035](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.084035). arXiv : [1605.05268](https://arxiv.org/abs/1605.05268) [gr-qc].
- [141] M. CHRISTODOULOU et F. D'AMBROSIO. « Characteristic time scales for the geometry transition of a black hole to a white hole from spinfoams ». In : *Class. Quant. Grav.* 41 (2024), p. 195030. DOI : [10.1088/1361-6382/ad6059](https://doi.org/10.1088/1361-6382/ad6059). arXiv : [1801.03027](https://arxiv.org/abs/1801.03027) [gr-qc].
- [142] M. HAN, D. QU et C. ZHANG. « Spin foam amplitude of the black-to-white hole transition ». In : *Phys. Rev. D* 110 (2024), p. 124055. DOI : [10.1103/PhysRevD.110.124055](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.110.124055). arXiv : [2404.02796](https://arxiv.org/abs/2404.02796) [gr-qc].
- [143] J. BARENBOIM, A. V. FROLOV et G. KUNSTATTER. « No drama in two-dimensional black hole evaporation ». In : *Phys. Rev. Research* 6 (2024), p. L032055. DOI : [10.1103/PhysRevResearch.6.L032055](https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.6.L032055). arXiv : [2405.13373](https://arxiv.org/abs/2405.13373) [gr-qc].
- [144] J. ARRECHEA, S. LIBERATI et M. SPADAFORA. *Semiclassical Black Hole-White Hole transitions : an analytical treatment*. Preprint. 2026. arXiv : [2608.03538](https://arxiv.org/abs/2608.03538) [gr-qc].
- [145] A. BONANNO, D. MALAFARINA et A. PANASSITI. « Dust Collapse in Asymptotic Safety : A Path to Regular Black Holes ». In : *Phys. Rev. Lett.* 132 (2024), p. 031401. DOI : [10.1103/PhysRevLett.132.031401](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.132.031401). arXiv : [2308.10890](https://arxiv.org/abs/2308.10890) [gr-qc].
- [146] A. BARRAU, B. BOLLIET, F. VIDOTTO et C. WEIMER. « Phenomenology of bouncing black holes in quantum gravity : a closer look ». In : *JCAP* 02 (2016), p. 022. DOI : [10.1088/1475-7516/2016/02/022](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2016/02/022). arXiv : [1507.05424](https://arxiv.org/abs/1507.05424) [gr-qc].
- [147] D. N. PAGE. « Information in black hole radiation ». In : *Phys. Rev. Lett.* 71 (1993), p. 3743-3746. DOI : [10.1103/PhysRevLett.71.3743](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.71.3743). arXiv : [hep-th/9306083](https://arxiv.org/abs/hep-th/9306083) [hep-th].
- [148] G. PENINGTON. « Entanglement wedge reconstruction and the information paradox ». In : *JHEP* 09 (2020), p. 002. DOI : [10.1007/JHEP09\(2020\)002](https://doi.org/10.1007/JHEP09(2020)002). arXiv : [1905.08255](https://arxiv.org/abs/1905.08255) [hep-th].

- [149] A. ALMHEIRI, N. ENGELHARDT, D. MAROLF et H. MAXFIELD. « The entropy of bulk quantum fields and the entanglement wedge of an evaporating black hole ». In : *JHEP* 12 (2019), p. 063. doi : [10.1007/JHEP12\(2019\)063](https://doi.org/10.1007/JHEP12(2019)063). arXiv : [1905.08762](https://arxiv.org/abs/1905.08762) [hep-th].
- [150] A. ALMHEIRI, T. HARTMAN, J. MALDACENA, E. SHAGHOULIAN et A. TAJDINI. « The entropy of Hawking radiation ». In : *Rev. Mod. Phys.* 93 (2021), p. 035002. doi : [10.1103/RevModPhys.93.035002](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.93.035002). arXiv : [2006.06872](https://arxiv.org/abs/2006.06872) [hep-th].
- [151] A. ALMHEIRI, D. MAROLF, J. POLCHINSKI et J. SULLY. « Black holes : complementarity or firewalls ? » In : *JHEP* 02 (2013), p. 062. doi : [10.1007/JHEP02\(2013\)062](https://doi.org/10.1007/JHEP02(2013)062). arXiv : [1207.3123](https://arxiv.org/abs/1207.3123) [hep-th].
- [152] F. D'AMBROSIO et C. ROVELLI. « How information crosses Schwarzschild's central singularity ». In : *Class. Quant. Grav.* 35 (2018), p. 215010. doi : [10.1088/1361-6382/aac499](https://doi.org/10.1088/1361-6382/aac499). arXiv : [1803.05015](https://arxiv.org/abs/1803.05015) [gr-qc].
- [153] P. MARTIN-DUSSAUD. *How the black-to-white hole scenario resolves the information loss paradox*. Preprint. 2024. arXiv : [2411.03125](https://arxiv.org/abs/2411.03125) [gr-qc].
- [154] C. ROVELLI et F. VIDOTTO. « Small Black/White Hole Stability and Dark Matter ». In : *Universe* 4 (2018), p. 127. doi : [10.3390/universe4110127](https://doi.org/10.3390/universe4110127). arXiv : [1805.03872](https://arxiv.org/abs/1805.03872) [gr-qc].
- [155] C. BARCELO, R. CARBALLO-RUBIO, L. J. GARAY et G. JANNES. « The lifetime problem of evaporating black holes : mutiny or resignation ». In : *Class. Quant. Grav.* 32 (2015), p. 035012. doi : [10.1088/0264-9381/32/3/035012](https://doi.org/10.1088/0264-9381/32/3/035012). arXiv : [1409.1501](https://arxiv.org/abs/1409.1501) [gr-qc].
- [156] D. N. PAGE. « Particle emission rates from a black hole : Massless particles from an uncharged, nonrotating hole ». In : *Phys. Rev. D* 13 (1976), p. 198-206. doi : [10.1103/PhysRevD.13.198](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.13.198).
- [157] T. DRAY et G. 'T HOOFT. « The effect of spherical shells of matter on the Schwarzschild black hole ». In : *Communications in Mathematical Physics* 99.4 (1985), p. 613-625. doi : [10.1007/bf01215912](https://doi.org/10.1007/bf01215912).
- [158] I. H. REDMOUNT. « Blue-Sheet Instability of Schwarzschild Wormholes ». In : *Progress of Theoretical Physics* 73.6 (1985), p. 1401-1426. doi : [10.1143/ptp.73.1401](https://doi.org/10.1143/ptp.73.1401).
- [159] R. CARBALLO-RUBIO, F. DI FILIPPO, S. LIBERATI, C. PACILIO et M. VISSER. « Inner horizon instability and the unstable cores of regular black holes ». In : *JHEP* 05 (2021), p. 132. doi : [10.1007/JHEP05\(2021\)132](https://doi.org/10.1007/JHEP05(2021)132). arXiv : [2101.05006](https://arxiv.org/abs/2101.05006) [gr-qc].
- [160] A. BONANNO, A.-P. KHOSRAVI et F. SAUERESSIG. « Regular black holes with stable cores ». In : *Phys. Rev. D* 103 (2021), p. 124027. doi : [10.1103/PhysRevD.103.124027](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.124027). arXiv : [2010.04226](https://arxiv.org/abs/2010.04226) [gr-qc].
- [161] A. BONANNO, A. PANASSITI et F. SAUERESSIG. « Cauchy horizon stability and instability of regular black holes ». In : *Phys. Rev. D* 114 (2026), p. 064027. doi : [10.1103/34w6-s2y1](https://doi.org/10.1103/34w6-s2y1). arXiv : [2507.03581](https://arxiv.org/abs/2507.03581) [gr-qc].
- [162] R. CARBALLO-RUBIO, F. DI FILIPPO, S. LIBERATI, C. PACILIO et M. VISSER. « Regular black holes without mass inflation instability ». In : *JHEP* 09 (2022), p. 118. doi : [10.1007/JHEP09\(2022\)118](https://doi.org/10.1007/JHEP09(2022)118). arXiv : [2205.13556](https://arxiv.org/abs/2205.13556) [gr-qc].
- [163] A. EICHHORN et P. G. FERNANDES. « Regular black holes without mass-inflation instability and gravastars from modified gravity ». In : *Phys. Rev. D* 113 (2026), p. L081501. doi : [10.1103/nqz2-88zf](https://doi.org/10.1103/nqz2-88zf). arXiv : [2508.00686](https://arxiv.org/abs/2508.00686) [gr-qc].
- [164] V. P. FROLOV. « Information loss problem and a 'black hole' model with a closed apparent horizon ». In : *JHEP* 05 (2014), p. 049. doi : [10.1007/JHEP05\(2014\)049](https://doi.org/10.1007/JHEP05(2014)049). arXiv : [1402.5446](https://arxiv.org/abs/1402.5446) [hep-th].
- [165] V. CARDOSO et P. PANI. « Testing the nature of dark compact objects : a status report ». In : *Living Rev. Rel.* 22 (2019), p. 4. doi : [10.1007/s41114-019-0020-4](https://doi.org/10.1007/s41114-019-0020-4). arXiv : [1904.05363](https://arxiv.org/abs/1904.05363) [gr-qc].
- [166] B. F. SCHUTZ et C. M. WILL. « Black hole normal modes - A semianalytic approach ». In : *The Astrophysical Journal* 291 (1985), p. L33. doi : [10.1086/184453](https://doi.org/10.1086/184453).
- [167] S. IYER et C. M. WILL. « Black-hole normal modes : A WKB approach. I. Foundations and application of a higher-order WKB analysis of potential-barrier scattering ». In : *Physical Review D* 35.12 (1987), p. 3621-3631. doi : [10.1103/physrevd.35.3621](https://doi.org/10.1103/physrevd.35.3621).

- [168] E. W. LEAVER. « An analytic representation for the quasi-normal modes of Kerr black holes ». In : *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 402.1823 (1985), p. 285-298. DOI : [10.1098/rspa.1985.0119](https://doi.org/10.1098/rspa.1985.0119).
- [169] R. A. KONOPLYA et A. ZHIDENKO. « Quasinormal modes of black holes : From astrophysics to string theory ». In : *Reviews of Modern Physics* 83.3 (2011), p. 793-836. DOI : [10.1103/revmodphys.83.793](https://doi.org/10.1103/revmodphys.83.793).
- [170] R. H. PRICE. « Nonspherical Perturbations of Relativistic Gravitational Collapse. I. Scalar and Gravitational Perturbations ». In : *Physical Review D* 5.10 (1972), p. 2419-2438. DOI : [10.1103/physrevd.5.2419](https://doi.org/10.1103/physrevd.5.2419).
- [171] C. GUNDLACH, R. H. PRICE et J. PULLIN. « Late-time behavior of stellar collapse and explosions. I. Linearized perturbations ». In : *Physical Review D* 49.2 (1994), p. 883-889. DOI : [10.1103/physrevd.49.883](https://doi.org/10.1103/physrevd.49.883).
- [172] LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION, VIRGO COLLABORATION, R. ABBOTT et al. « Tests of general relativity with binary black holes from the second LIGO-Virgo gravitational-wave transient catalog ». In : *Physical Review D* 103 (2021), p. 122002. DOI : [10.1103/PhysRevD.103.122002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.122002). eprint : [2010.14529](https://arxiv.org/abs/2010.14529).
- [173] LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION, VIRGO COLLABORATION, KAGRA COLLABORATION, R. ABBOTT et al. « Tests of general relativity with GWTC-3 ». In : *Physical Review D* 112 (2025), p. 084080. DOI : [10.1103/PhysRevD.112.084080](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.112.084080). eprint : [2112.06861](https://arxiv.org/abs/2112.06861).
- [174] LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION, VIRGO COLLABORATION, KAGRA COLLABORATION, A. G. ABAC et al. *GWTC-4.0 : Tests of General Relativity. III. Tests of the Remnants*. 2026. eprint : [2603.19021](https://arxiv.org/abs/2603.19021).
- [175] J. ABEDI, H. DYKAAR et N. AFSHORDI. « Echoes from the abyss : Tentative evidence for Planck-scale structure at black hole horizons ». In : *Phys. Rev. D* 96 (2017), p. 082004. DOI : [10.1103/PhysRevD.96.082004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.96.082004). arXiv : [1612.00266](https://arxiv.org/abs/1612.00266) [gr-qc].
- [176] G. ASHTON, O. BIRNHOLTZ, M. CABERO et al. *Comments on : "Echoes from the abyss : Evidence for Planck-scale structure at black hole horizons"*. Preprint. 2016. arXiv : [1612.05625](https://arxiv.org/abs/1612.05625) [gr-qc].
- [177] J. WESTERWECK, A. NIELSEN, O. FISCHER-BIRNHOLTZ et al. « Low significance of evidence for black hole echoes in gravitational wave data ». In : *Phys. Rev. D* 97 (2018), p. 124037. DOI : [10.1103/PhysRevD.97.124037](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.124037). arXiv : [1712.09966](https://arxiv.org/abs/1712.09966) [gr-qc].
- [178] Y. GÜRSEL, I. D. NOVIKOV, V. D. SANDBERG et A. A. STAROBINSKY. « Final state of the evolution of the interior of a charged black hole ». In : *Physical Review D* 20.6 (1979), p. 1260-1270. DOI : [10.1103/physrevd.20.1260](https://doi.org/10.1103/physrevd.20.1260).
- [179] EVENT HORIZON TELESCOPE COLLABORATION, K. AKIYAMA et al. « First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. VI. Testing the Black Hole Metric ». In : *The Astrophysical Journal Letters* 930 (2022), p. L17. DOI : [10.3847/2041-8213/ac6756](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac6756). eprint : [2311.09484](https://arxiv.org/abs/2311.09484).
- [180] B. CARR, K. KOHRI, Y. SENDOUDA et J. YOKOYAMA. « Constraints on primordial black holes ». In : *Reports on Progress in Physics* 84 (2021), p. 116902. DOI : [10.1088/1361-6633/ac1e31](https://doi.org/10.1088/1361-6633/ac1e31). eprint : [2002.12778](https://arxiv.org/abs/2002.12778).
- [181] EVENT HORIZON TELESCOPE COLLABORATION, K. AKIYAMA et al. « First M87 Event Horizon Telescope Results. VI. The Shadow and Mass of the Central Black Hole ». In : *The Astrophysical Journal Letters* 875 (2019), p. L6. DOI : [10.3847/2041-8213/ab1141](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab1141). eprint : [1906.11243](https://arxiv.org/abs/1906.11243).
- [182] EVENT HORIZON TELESCOPE COLLABORATION, K. AKIYAMA et al. « The persistent shadow of the supermassive black hole of M 87. I. Observations, calibration, imaging, and analysis ». In : *Astronomy & Astrophysics* 681 (2024), A79. DOI : [10.1051/0004-6361/202347932](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202347932).
- [183] EVENT HORIZON TELESCOPE COLLABORATION, K. AKIYAMA et al. « The persistent shadow of the supermassive black hole of M87. II. Model comparisons and theoretical interpretations ». In : *Astronomy & Astrophysics* 693 (2025), A265. DOI : [10.1051/0004-6361/202451296](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202451296).
- [184] EVENT HORIZON TELESCOPE COLLABORATION, K. AKIYAMA et al. « First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. VII. Polarization of the Ring ». In : *The Astrophysical Journal Letters* 964 (2024), p. L25. DOI : [10.3847/2041-8213/ad2df0](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ad2df0).

- [185] EVENT HORIZON TELESCOPE COLLABORATION, K. AKIYAMA et al. « First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. VIII. Physical Interpretation of the Polarized Ring ». In : *The Astrophysical Journal Letters* 964 (2024), p. L26. DOI : [10.3847/2041-8213/ad2df1](https://doi.org/10.3847/2041-8213/ad2df1).
- [186] M. ISI, W. M. FARR, M. GIESLER, M. A. SCHEEL et S. A. TEUKOLSKY. « Testing the Black-Hole Area Law with GW150914 ». In : *Physical Review Letters* 127 (2021), p. 011103. DOI : [10.1103/PhysRevLett.127.011103](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.127.011103). eprint : [2012.04486](https://arxiv.org/abs/2012.04486).
- [187] HAWC COLLABORATION, A. ALBERT et al. « Constraining the Local Burst Rate Density of Primordial Black Holes with HAWC ». In : *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 04 (2020), p. 026. DOI : [10.1088/1475-7516/2020/04/026](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2020/04/026). eprint : [1911.04356](https://arxiv.org/abs/1911.04356).
- [188] H.E.S.S. COLLABORATION, F. AHARONIAN et al. « Search for the evaporation of primordial black holes with H.E.S.S. ». In : *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 04 (2023), p. 040. DOI : [10.1088/1475-7516/2023/04/040](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2023/04/040). eprint : [2303.12855](https://arxiv.org/abs/2303.12855).
- [189] FERMI-LAT COLLABORATION, M. ACKERMANN et al. « Search for Gamma-Ray Emission from Local Primordial Black Holes with the Fermi Large Area Telescope ». In : *The Astrophysical Journal* 857 (2018), p. 49. DOI : [10.3847/1538-4357/aaac7b](https://doi.org/10.3847/1538-4357/aaac7b). eprint : [1802.00100](https://arxiv.org/abs/1802.00100).
- [190] B. J. CARR, K. KOHRI, Y. SENDOUDA et J. YOKOYAMA. « New cosmological constraints on primordial black holes ». In : *Physical Review D* 81 (2010), p. 104019. DOI : [10.1103/PhysRevD.81.104019](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.81.104019). eprint : [0912.5297](https://arxiv.org/abs/0912.5297).
- [191] L. G. SPITLER et al. « A repeating fast radio burst ». In : *Nature* 531 (2016), p. 202-205. DOI : [10.1038/nature17168](https://doi.org/10.1038/nature17168).
- [192] CHIME/FRB COLLABORATION, B. C. ANDERSEN et al. « A bright millisecond-duration radio burst from a Galactic magnetar ». In : *Nature* 587 (2020), p. 54-58. DOI : [10.1038/s41586-020-2863-y](https://doi.org/10.1038/s41586-020-2863-y).
- [193] C. D. BOCHENEK et al. « A fast radio burst associated with a Galactic magnetar ». In : *Nature* 587 (2020), p. 59-62. DOI : [10.1038/s41586-020-2872-x](https://doi.org/10.1038/s41586-020-2872-x).
- [194] N. GEHRELS et al. « A new γ -ray burst classification scheme from GRB 060614 ». In : *Nature* 444 (2006), p. 1044-1046. DOI : [10.1038/nature05376](https://doi.org/10.1038/nature05376).
- [195] E. GAZTAÑAGA, K. S. KUMAR, S. PRADHAN et M. GABLER. « Gravitational bounce from the quantum exclusion principle ». In : *Phys. Rev. D* 111 (2025), p. 103537. DOI : [10.1103/PhysRevD.111.103537](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.111.103537). arXiv : [2505.23877](https://arxiv.org/abs/2505.23877) [gr-qc].
- [196] PLANCK COLLABORATION, N. AGHANIM et al. « Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters ». In : *Astronomy & Astrophysics* 641 (2020), A6. DOI : [10.1051/0004-6361/201833910](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910). eprint : [1807.06209](https://arxiv.org/abs/1807.06209).
- [197] P. MARTIN-DUSSAUD. *The lifetime of white hole remnants is M^5* . Preprint. 2025. arXiv : [2504.05492](https://arxiv.org/abs/2504.05492) [gr-qc].
- [198] C. ZHANG, J. LEWANDOWSKI, Y. MA et J. YANG. « Black holes and covariance in effective quantum gravity ». In : *Phys. Rev. D* 111 (2025), p. L081504. DOI : [10.1103/PhysRevD.111.L081504](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.111.L081504). arXiv : [2407.10168](https://arxiv.org/abs/2407.10168) [gr-qc].
- [199] C. ZHANG, J. LEWANDOWSKI, Y. MA et J. YANG. « Black holes and covariance in effective quantum gravity : A solution without Cauchy horizons ». In : *Phys. Rev. D* 112 (2025), p. 044054. DOI : [10.1103/d6ks-d576](https://doi.org/10.1103/d6ks-d576). arXiv : [2412.02487](https://arxiv.org/abs/2412.02487) [gr-qc].
- [200] R. K. PATHRIA. « The Universe as a Black Hole ». In : *Nature* 240 (1972), p. 298-299. DOI : [10.1038/240298a0](https://doi.org/10.1038/240298a0).
- [201] A. ASHTEKAR et P. SINGH. « Loop quantum cosmology : a status report ». In : *Class. Quant. Grav.* 28 (2011), p. 213001. DOI : [10.1088/0264-9381/28/21/213001](https://doi.org/10.1088/0264-9381/28/21/213001). arXiv : [1108.0893](https://arxiv.org/abs/1108.0893) [gr-qc].
- [202] M. NOVELLO et S. BERGLIAFFA. « Bouncing cosmologies ». In : *Phys. Rept.* 463 (2008), p. 127-213. DOI : [10.1016/j.physrep.2008.04.006](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2008.04.006). arXiv : [0802.1634](https://arxiv.org/abs/0802.1634) [astro-ph].

- [203] R. BRANDENBERGER et P. PETER. « Bouncing Cosmologies : Progress and Problems ». In : *Found. Phys.* 47 (2017), p. 797-850. DOI : [10.1007/s10701-016-0057-0](https://doi.org/10.1007/s10701-016-0057-0). arXiv : [1603.05834](https://arxiv.org/abs/1603.05834) [hep-th].
- [204] L. SHAMIR. « The distribution of galaxy rotation in JWST Advanced Deep Extragalactic Survey ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 538 (2025), p. 76-91. DOI : [10.1093/mnras/staf292](https://doi.org/10.1093/mnras/staf292). eprint : [2502.18781](https://arxiv.org/abs/2502.18781).
- [205] K. LAND et al. « Galaxy Zoo : the large-scale spin statistics of spiral galaxies in the Sloan Digital Sky Survey ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 388 (2008), p. 1686-1692. DOI : [10.1111/j.1365-2966.2008.13490.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.13490.x). eprint : [0803.3247](https://arxiv.org/abs/0803.3247).
- [206] W. B. HAYES, D. DAVIS et P. SILVA. « On the nature and correction of the spurious S-wise spiral galaxy winding bias in Galaxy Zoo 1 ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 466 (2017), p. 3928-3936. DOI : [10.1093/mnras/stw3290](https://doi.org/10.1093/mnras/stw3290). eprint : [1610.07060](https://arxiv.org/abs/1610.07060).
- [207] D. PATEL et H. DESMOND. « No evidence for anisotropy in galaxy spin directions ». In : *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 534 (2024), p. 1553-1560. DOI : [10.1093/mnras/stae2158](https://doi.org/10.1093/mnras/stae2158).
- [208] C. ROVELLI et F. VIDOTTO. *Planck stars, White Holes, Remnants and Planck-mass quasi-particles. The quantum gravity phase in black holes' evolution and its manifestations*. Preprint. 2024. arXiv : [2407.09584](https://arxiv.org/abs/2407.09584) [gr-qc].
- [209] J. BORISSOVA et R. CARBALLO-RUBIO. « Regular black holes from pure gravity in four dimensions ». In : *Phys. Rev. D* 113 (2026), p. 124004. DOI : [10.1103/6x2z-qbkh](https://doi.org/10.1103/6x2z-qbkh). arXiv : [2602.16773](https://arxiv.org/abs/2602.16773) [gr-qc].